

---

**Segunda Parte:**  
**Material para el Profesor**  
**Solucionario**

---

## 1. Primero de ESO

### 1.1. Números, medidas y operaciones

#### 1.1.1. Números naturales y enteros

1. Escribe en números romanos las siguientes cantidades:

a) 43

XLIII

b) 149

CXLIX

c) 2.165

MMCLXV

d) 1.306

MCCCVI

2. Escribe en el sistema decimal estos números romanos:

a) XXVI

26

b) XCII

92

c) MCCLXX

1.270

d) CLX

160

3. Completa la tabla siguiente:

Número	Millares	Centenas	Decenas	Unidades
5.720	5	7	2	0
13.783	13	7	8	3
32.784	32	7	8	4
9.401	9	4	0	1

4. Resuelve las operaciones siguientes empezando por las de los paréntesis:

a)  $30 - 2 \cdot (5 + 7) = 6$

b)  $3 \cdot 4 - 6 \cdot (10 - 4 \cdot 2) = 0$

c)  $15 + 4 \cdot (3 + 5 \cdot 3 - 6 \cdot 2) = 39$

d)  $8 + 7 \cdot 2 - 3 \cdot (9 - 5) + 3 \cdot 4 = 22$

5. Halla los cinco primeros múltiplos de los números siguientes:

a) 25

25,  
50,  
75,  
100,  
125

b) 11

11,  
22,  
33,  
44,  
55

c) 7

7,  
14,  
21,  
28,  
35

d) 21

21,  
42,  
63,  
84,  
105

e) 60

60,  
120,  
180,  
240,  
300

f) 53

53,  
106,  
159,  
212,  
265

6. Indica cuáles de los siguientes números son divisibles por 2, por 3, por 5, por 9, y por 11:

a) 236

por 2

b) 990

por 2, 3, 5, 9 y 11

c) 3.756

por 2 y 3

d) 1.360

por 2 y 5

e) 135

por 3, 5 y 9

f) 396

por 2, 3, 9 y 11

7. Calcula todos los divisores de los números siguientes. ¿Cuál de ellos es primo?

a) 12 1, 2, 3, 4, 6 y 12

b) 48 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 16, 24 y 48

c) 56 1, 2, 4, 7, 8, 14, 28 y 56

d) 47 1 y 47. Primo

8. Podemos separar un grupo de 30 cartas en 2 montones de 15 cartas cada uno. Describe todas las formas posibles de separar las 30 cartas en montones de igual número.

Se puede separar en 1 montón de 30 cartas, en 2 montones de 15 cartas, en 3 montones de 10 cartas, en 5 montones de 6 cartas, en 6 montones de 5 cartas, en 10 montones de 3 cartas, en 15 montones de 2 cartas y en 30 montones de 1 carta.

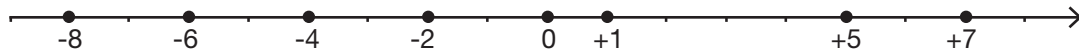
9. En una papelería se han apilado cajas de bolígrafos, de un grosor de 35 mm, hasta alcanzar la misma altura que otra pila de cajas de borradores, de 20 mm de grosor. ¿Cuál es la altura de ambas pilas? Busca, al menos, tres soluciones.

Por ejemplo, 140 mm, 280 mm y 420 mm. Es decir, múltiplos comunes a 35 y 20.

10. Ordena de menor a mayor los siguientes números y represéntalos sobre una recta:

-6, +5, +1, -2, 0, -8, +7, -4

$-8 < -6 < -4 < -2 < 0 < +1 < +5 < +7$



11. Sabiendo que cada piso de un edificio tiene 3,5 metros de altura, calcula:

a) La distancia entre el suelo de la planta cero y el techo de la quinta planta

21 m

b) La distancia entre el suelo de la planta -3 y el techo de la novena planta

45,5 m

c) La distancia entre el suelo de la planta -4 y el techo de la planta -1

14 m

12.

Haz las operaciones siguientes con números enteros:

- a)  $13 - (9 + 5)$  = -1
- b)  $(5 - 7) - (11 - 4 + 2)$  = -11
- c)  $[(+6) - (-8)] - [(-4) - (-10)]$  = +8
- d)  $(2-8) + (5-7) - (-9+6) - (-5+7)$  = -7
- e)  $(-3) \cdot [(-9) - (-7)]$  = +6
- f)  $[(-9) - (+6)] : (-5)$  = +3
- g)  $(+5) - (-18) : [(+9) - (+15)]$  = +2
- h)  $(+4) \cdot (-6) - (-15) - (+2) \cdot (-7)$  = +5

13.

Expresa con una sola potencia las expresiones siguientes:

a)  $3^5 \cdot 3^4$

$3^5 \cdot 3^4 = 3^9$

b)  $(m^2 : m^2) \cdot m^3$

$(m^2 : m^2) \cdot m^3 = m^3$

c)  $x^2 : (x^4 : x^2)$

$x^2 : (x^4 : x^2) = x^0 = 1$

d)  $(y^2)^3 : y^4$

$(y^2)^3 : y^4 = y^2$

e)  $(4^2)^5 : 4^6$

$(4^2)^5 : 4^6 = 4^4 = 2^8$

f)  $(9^2)^3 \cdot 9$

$(9^2)^3 \cdot 9 = 9^7 = 3^{14}$

g)  $3^0 \cdot 3 \cdot 3^5$

$3^0 \cdot 3 \cdot 3^5 = 3^6$

h)  $(2^3 \cdot 2) : (2^2)^2$

$(2^3 \cdot 2) : (2^2)^2 = 1$

i)  $\frac{2^2 \cdot 2^4 \cdot 2}{2^5}$

$\frac{2^2 \cdot 2^4 \cdot 2}{2^5} = 2^2$

j)  $\frac{3^3 \cdot 5^3}{7^3}$

$\frac{3^3 \cdot 5^3}{7^3} = \left(\frac{15}{7}\right)^3$

k)  $1^3 \cdot 1^3 \cdot 4^3$

$1^3 \cdot 1^3 \cdot 4^3 = 4^3 = 2^6$

l)  $\left((2^4)^{12}\right)^0$

$\left((2^4)^{12}\right)^0 = 2^0 = 1$

14.

Escribe la descomposición polinómica de los siguientes números:

a) 1.235.048

$10^6 + 2 \cdot 10^5 + 3 \cdot 10^4 + 5 \cdot 10^3 + 4 \cdot 10^2 + 8$

b) 537.870

$5 \cdot 10^5 + 3 \cdot 10^4 + 7 \cdot 10^3 + 8 \cdot 10^2 + 7 \cdot 10$

c) 3.050.709

$3 \cdot 10^6 + 5 \cdot 10^4 + 7 \cdot 10^2 + 9$

d) 12.406

$10^4 + 2 \cdot 10^3 + 4 \cdot 10^2 + 6$

**15.** Calcula el valor de la letra en cada apartado:

a)  $10^x = 10.000$

$x=4$

c)  $10^x = 0,0001$

$x=-4$

b)  $10^7 = x$

$x=10.000.000$

d)  $(10^2)^x = 1.000.000$

$x=3$

**16.** Sergio tiene cuatro cajas llenas de jarras. Cada caja tiene cuatro filas y cada fila contiene cuatro jarras. ¿Cuántas jarras hay en total?

$4 \cdot 4 \cdot 4 = 64$  jarras

**17.** En Japón cada persona come, por término medio, 42 kg de pescado al año:

a) Si hay 40 millones de personas, ¿cuántos kilogramos de pescado se comerán al año?

$40.000.000 \times 42 = 1.680.000.000$  kg

b) Si se comieran al año 2.000.000.000 kg, ¿cuántos kilos más debería comer cada persona?

$2.000.000.000 : 40.000.000 = 50$  kilos al año, es decir,  $50 - 42 = 8$  kg más debería comer cada persona.

**18.** Una finca rectangular mide 187 metros de largo por 87 metros de ancho. Se desea cercar con una valla de alambre que se vende en rollos de 200 metros, a 24 € el rollo. ¿Cuántos rollos se necesitan y cuánto dinero cuesta cercar la finca?

3 rollos (sobran 52 metros de alambre). Cercar la finca cuesta 65,76 €

**19.** Calcula el valor absoluto de los siguientes números:

a) -3

$|-3|=3$

b) 89

$|89|=89$

c) 0

$|0|=0$

d) -345

$|-345|=345$

e) 3

$|3|=3$

f) -10

$|-10|=10$

**20.** Calcula entre qué números naturales están las siguientes raíces :

a)  $\sqrt{56}$

$7 < \sqrt{56} < 8$

b)  $\sqrt{48}$

$6 < \sqrt{48} < 7$

c)  $\sqrt{88}$

$9 < \sqrt{88} < 10$

d)  $\sqrt{105}$

$10 < \sqrt{105} < 11$

**21.** Calcula las siguientes raíces cuadradas:

a)  $\sqrt{121}$

11

b)  $\sqrt{400}$

20

c)  $\sqrt{144}$

12

d)  $\sqrt{196}$

14

e)  $\sqrt{10.000}$

100

**22.** Realiza los cálculos necesarios para contestar las siguientes preguntas :

a) Una persona nació el año 23 a.C. y murió el 31 d.C. ¿A qué edad murió?

A los 54 años.

b) Una persona nació el año 12 a.C. y murió con 55 años ¿Cuál fue el año de su muerte?

43 d.C.

c) Una persona murió el año 32 a.C. a los 40 años de edad. ¿En qué año nació ?

72 a.C.

### 1.1. 2. Fracciones y decimales

**23.** Escribe cómo se leen estos números:

Número	Lectura
0,72	Setenta y dos centésimas
53,6	Cincuenta y tres enteros y seis décimas
4,307	Cuatro enteros y trescientas siete milésimas
2,0028	Dos enteros y veintiocho diezmilésimas
304,5	Trescientos cuatro enteros y cinco décimas

**24.** Escribe con cifras:

Lectura	Número
Cuatro enteros y setecientos treinta y cinco milésimas	4,735
Cuarenta enteros y dieciocho diezmilésimas	40,0018
Seis enteros y setenta y cinco centésimas	6,75
Doscientos enteros y cuarenta y tres cienmilésimas	200,00043
Diez enteros y treinta y dos milésimas	10,032

**25.** Completa el siguiente recuadro:

Número decimal	Producto por potencia de 10	Expresión	Resultado
23,45	$23,45 \cdot 10^2$	23,45·100	2.345
0,00016	$0,00016 \cdot 10^4$	0,00016·10.000	1,6
33,76	$33,76 \cdot 10^5$	33,76·100.000	3.376.000
0,0000072	$0,0000072 \cdot 10^7$	0,0000072·10.000.000	72
123,006	$123,006 \cdot 10^6$	123,006·1.000.000	123.006.000

**26.** Ordena los siguientes números decimales de mayor a menor:

0,0028; 0,28; 0,25; 1,05; 0,009; 1,02; 10,025; 1,1  
 10,025 > 1,1 > 1,05 > 1,02 > 0,28 > 0,25 > 0,009 > 0,0028

**27.** Coloca un número decimal entre cada pareja:

a) 2,5 y 2,52	b) 0,012 y 0,02	c) 1,034 y 1,04	d) 3,007 y 3,1
2,51	0,017	1,038	3,008

**28.** Redondea los siguientes decimales aproximando a la cifra que se indica:

Nº decimal	Décima	Centésima	Milésima
0,0277	--	0,03	0,028
8,5973	8,6	8,60	8,597
4,00921	--	4,01	4,009
1,6789	1,7	1,68	1,679
12,483	12,5	12,48	--

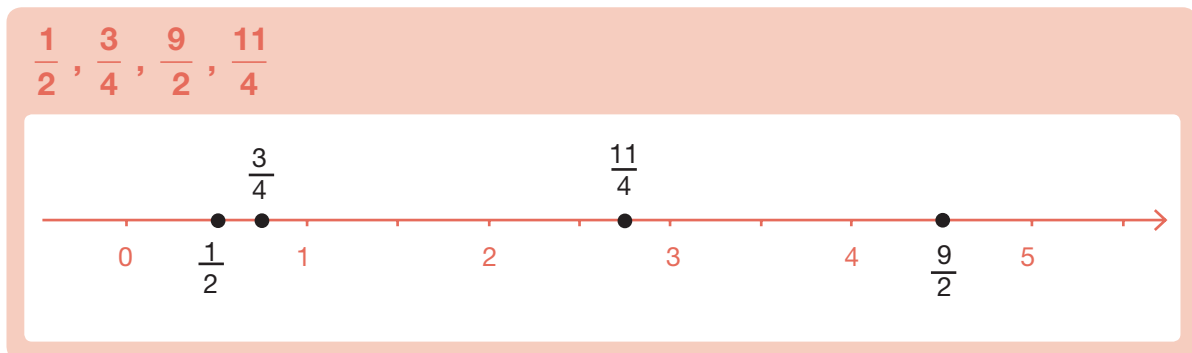
**29.** Calcula el número decimal correspondiente a cada fracción:

a) $\frac{1}{100}$ 0,01	b) $\frac{2}{5}$ 0,4	c) $\frac{13}{4}$ 3,25
d) $\frac{23}{10}$ 2,3	e) $\frac{1.456}{1.000}$ 1,456	f) $\frac{1}{25}$ 0,04

**30.** Sitúa el valor de cada fracción entre dos números naturales consecutivos:

a) $\frac{12}{5}$ $2 < \frac{12}{5} < 3$	b) $\frac{35}{10}$ $3 < \frac{35}{10} < 4$	c) $\frac{23}{4}$ $5 < \frac{23}{4} < 6$
d) $\frac{37}{10}$ $3 < \frac{37}{10} < 4$	e) $\frac{453}{100}$ $4 < \frac{453}{100} < 5$	f) $\frac{35}{8}$ $4 < \frac{35}{8} < 5$

**31.** Representa las siguientes fracciones en esta recta numérica:





**32.** Ordena de menor a mayor este conjunto de fracciones y decimales:

$$2,5; \frac{3}{4}; \frac{7}{2}; 0,1; \frac{11}{100}; \frac{5}{6}; 3,07; \frac{8}{3}; 0,2; \frac{9}{8}$$

$$0,1 < \frac{11}{100} < 0,2 < \frac{3}{4} < \frac{5}{6} < \frac{9}{8} < 2,5 < \frac{8}{3} < 3,07 < \frac{7}{2}$$

**33.** Completa el siguiente recuadro buscando fracciones equivalentes:

Fracción	Con términos mayores	Con términos menores	Fracción irreducible
$\frac{12}{30}$	$\frac{24}{60}$	$\frac{6}{15}$	$\frac{2}{5}$
$\frac{24}{18}$	$\frac{240}{180}$	$\frac{8}{6}$	$\frac{4}{3}$
$\frac{25}{50}$	$\frac{100}{200}$	$\frac{5}{10}$	$\frac{1}{2}$
$\frac{30}{42}$	$\frac{90}{126}$	$\frac{10}{14}$	$\frac{5}{7}$

**34.** Realiza las siguientes operaciones y expresa el resultado como fracción irreducible:

a)  $\frac{3}{10} + \frac{7}{10} + \frac{6}{10}$

$$\frac{16}{10} = \frac{8}{5}$$

b)  $\frac{7}{12} - \frac{1}{12}$

$$\frac{6}{12} = \frac{1}{2}$$

c)  $\frac{13}{6} + \frac{9}{6} - \frac{7}{6} - \frac{1}{6}$

$$\frac{14}{6} = \frac{7}{3}$$

d)  $\frac{3}{10} \cdot \frac{2}{9} \cdot \frac{5}{4}$

$$\frac{30}{360} = \frac{1}{12}$$

e)  $\frac{8}{5} : \frac{6}{10}$

$$\frac{80}{30} = \frac{8}{3}$$

f)  $\frac{1}{2} \cdot \frac{3}{10} : \frac{5}{6}$

$$\frac{18}{100} = \frac{9}{50}$$

**35.** De un rollo de cuerda de 60 metros se han usado los  $\frac{2}{3}$ . ¿Cuántos metros quedan sin usar?

20 metros.

- 36.** De un depósito de agua se han sacado los  $\frac{3}{5}$  de su contenido. Si quedan todavía 600 litros dentro, ¿cuál es la capacidad del depósito?

1.500 litros.

### 1.1.3. Porcentajes y proporcionalidad

- 37.** Completa la siguiente tabla

Porcentaje	Fracción	Número Decimal
18%	$\frac{18}{100}$	0,18
3%	$\frac{3}{100}$	0,03
25%	$\frac{25}{100}$	0,25
1%	$\frac{1}{100}$	0,01
10%	$\frac{10}{100}$	0,1

- 38.** En las últimas elecciones celebradas en una ciudad han acudido a votar 16.500 personas. Si el índice de participación ha sido del 66%, ¿cuál era el número de votantes inscritos?

25.000 votantes

- 39.** En nuestro instituto se habían matriculado el curso pasado 520 alumnos. Si este año se han matriculado 598 alumnos, ¿cuál ha sido el aumento porcentual en la matrícula?

15%

- 40.** Explica si las siguientes parejas de magnitudes son o no proporcionales:

- La altura de una persona y su edad.
- El perímetro de un cuadrado y la longitud de su lado.
- El caudal de un río y la temperatura del agua.
- Distancia que recorre un coche y tiempo que tarda en llegar, si circula siempre a la misma velocidad.
- Precio y cantidad.

Son proporcionales b, d, e.

41. Completa las siguientes tablas de datos:

a) Un ciclista.

x (tiempo en segundos)	0	10	20	30	40	50	60
y (distancia en metros)	0	90	180	270	360	450	540

b) En el mercado.

X (número de kilos de peras)	1	3	4	5	10	12	20
y (precio total en euros)	1,5	4,5	6	7,5	15	18	30

42. Al comprar una televisión que cuesta 720 € me hacen un descuento del 10% y debo pagar el IVA, que supone un 16% de aumento. ¿Qué me resulta más rentable, calcular antes el IVA y después el descuento o al revés?

Da el mismo resultado.

43. Un atleta ha recorrido 42 kilómetros en las tres primeras horas de carrera. ¿Cuánto tardará, si mantiene la misma velocidad media, en recorrer los 21 km que faltan para llegar a la meta?

Tardará una hora y media

### 1.1.4. Medida de magnitudes

44. Expresa en metros las siguientes medidas de longitud:

a) 8 hm

800 m

b) 14 cm

0,14 m

c) 2,5 km

2.500 m

d) 6 mm

0,006 m

45. Ordena de menor a mayor las siguientes medidas de superficie:

2.500 m<sup>2</sup>; 0,08 km<sup>2</sup>; 27.000 cm<sup>2</sup>; 240.000 dm<sup>2</sup>; 0,08 hm<sup>2</sup> y 2,20 dam<sup>2</sup>

27.000 cm<sup>2</sup> < 2,20 dam<sup>2</sup> < 0,08 hm<sup>2</sup> < 240.000 dm<sup>2</sup> < 2.500 m<sup>2</sup> < 0,08 km<sup>2</sup>

**46.** Completa la siguiente tabla usando las unidades indicadas:

Forma compleja	Forma incompleja	Unidades
3 hg 8 dag 5 dg	380,5 g	En gramos
576 dm <sup>3</sup> 836 cm <sup>3</sup> 11 mm <sup>3</sup>	576.836,011 cm <sup>3</sup>	En cm <sup>3</sup>
25 dam <sup>2</sup> 5dm <sup>2</sup>	2.500,05 m <sup>2</sup>	En m <sup>2</sup>
2 hl 7 dal 4 cl	270,04 l	En litros
5 hm 4 dam 6 m 2 cm 3 mm	546,023 m	En metros

**47.** Realiza las siguientes operaciones con medidas de ángulos y expresa el resultado en notación compleja

a)  $5^\circ 42' 35'' + 16^\circ 35' 32''$

22° 18' 7"

b)  $5^\circ 12' 35'' - 3^\circ 24' 52''$

1° 47' 43"

**48.** a) Expresa en horas 2 h 15 min 54 s.  
b) Expresa en horas, minutos y segundos 8.154 s.

a) 2,265 horas

b) 2 h 15 min 54 s

**49.** Antonio está llenando su piscina, que mide 8 m de largo, 5 m de ancho y 2,20 m de profundidad. Si en este momento hay en la piscina 46.400 litros, ¿cuántos litros faltan para que esté llena completamente?

41.600 litros.

**50.** Si la relación que existe entre el euro y el dólar americano es de 1 € por cada 1,5 dólares, ¿cuántos dólares nos pagarán si vamos al banco a cambiar 1.500 €?

2.250 euros.

## 1.2. Álgebra

51. Calcula el área de los triángulos que tienen como medidas a y b, siendo a la longitud de la base y b la de la altura:

Base a	Altura b	Área
3 cm	7 cm	10,5 cm <sup>2</sup>
5,5 cm	6 cm	16,5 cm <sup>2</sup>
2,5 cm	4,5 cm	5,625 cm <sup>2</sup>

52. Expresa mediante lenguaje algebraico, indicando el significado de x:

a) La edad de un chico dentro de seis años.

$$x + 6 \text{ (x: edad actual)}$$

b) El anterior de un número entero.

$$x - 1 \text{ (x: número entero)}$$

c) Número de alumnos de una clase que han aprobado matemáticas si han suspendido 5.

$$x - 5 \text{ (x: alumnos de clase)}$$

d) El triple de un número más siete unidades.

$$3x + 7 \text{ (x: número)}$$

53. Desarrolla estos productos aplicando la propiedad distributiva:

a)  $2 \cdot (x + y)$

$$2x + 2y$$

b)  $3x \cdot (4 + y)$

$$12x + 3xy$$

c)  $2a \cdot (3a - b + 2)$

$$6a^2 - 2ab + 4a$$

54. Sacar factor común en las siguientes expresiones:

a)  $3x^2 + 6x + 9$

$$3 \cdot (x^2 + 2x + 3)$$

b)  $7x + 14y$

$$7 \cdot (x + 2y)$$

c)  $8x^2 - 4x + 12x^3$

$$4x \cdot (2x - 1 + 3x^2)$$

55. Resuelve las siguientes ecuaciones:

a)  $x + 2,5 = 12$

$$x = 9,5$$

b)  $13 + x = 6$

$$x = -7$$

c)  $3x = 12$

$$x = 4$$

d)  $\frac{x}{5} = 3$

$$x = 15$$

**56.** Plantea y resuelve una ecuación para cada uno de los siguientes enunciados:

a) Calcula un número que sumado a 5 sea igual a 18.

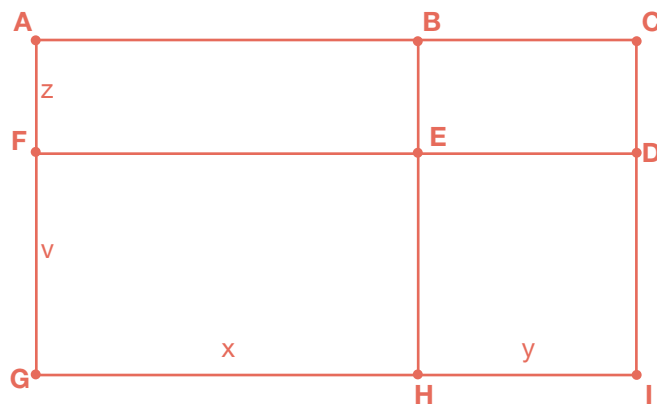
13

b) La tercera parte de las noticias que trae hoy el periódico son deportivas. ¿Cuántas noticias contiene el periódico si las deportivas son 13?

39

c) Nombra los nueve rectángulos de la figura y expresa el perímetro del mayor y el del más pequeño de ellos.

ACIG, ACDF, DFGI, ABEF, BCDE, DEHI, EFGH, ABHG, BCIH, Perímetro del mayor (ACIG):  $= 2(x + y) + 2(v + z)$ , Perímetro del menor (BCDE):  $2y + 2z$



**57.** Una empresa de telefonía móvil cobra 15 céntimos por establecimiento de llamada y 8 céntimos por minuto de duración de la llamada.

a) Expresa mediante una expresión algebraica el precio en euros para una llamada de  $x$  minutos.

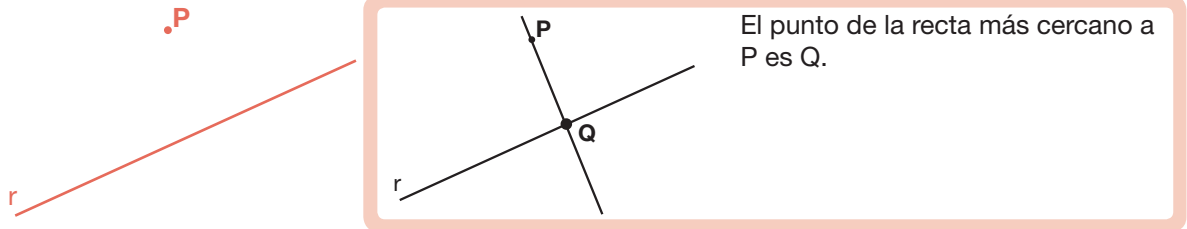
$0,15 + 0,08x$

b) Calcula el precio de una llamada de dieciocho minutos de duración.

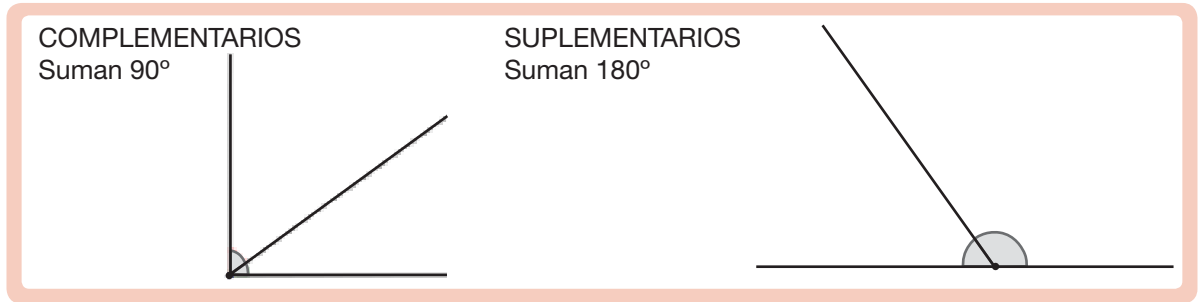
1,59 €

1.3. Geometría

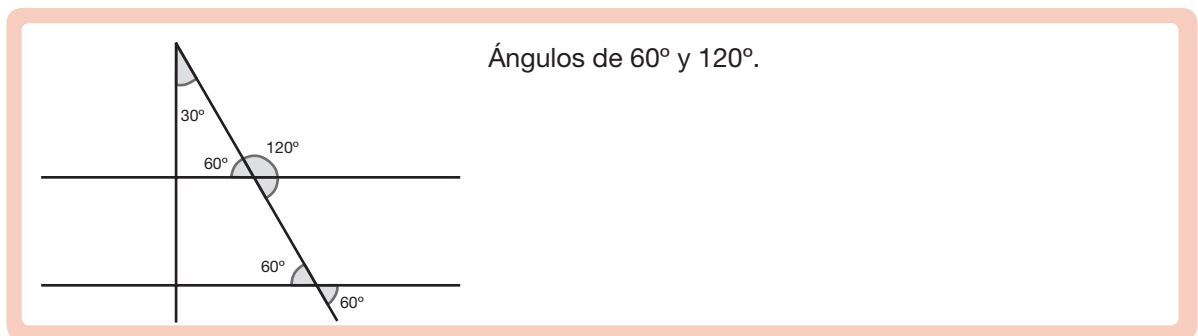
**58.** ¿Cómo mides la distancia de un punto P a una recta r? Haz el dibujo y mide dicha distancia. ¿Qué punto de la recta es el más cercano al punto P?



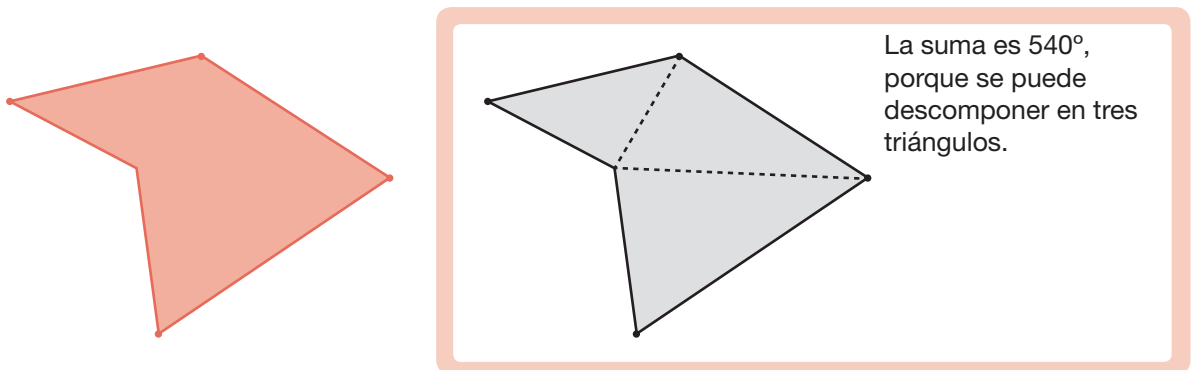
**59.** Dibuja dos ángulos complementarios entre sí y dos suplementarios entre sí. Toma en cada caso sus medidas con un transportador y comprueba el valor de su suma.



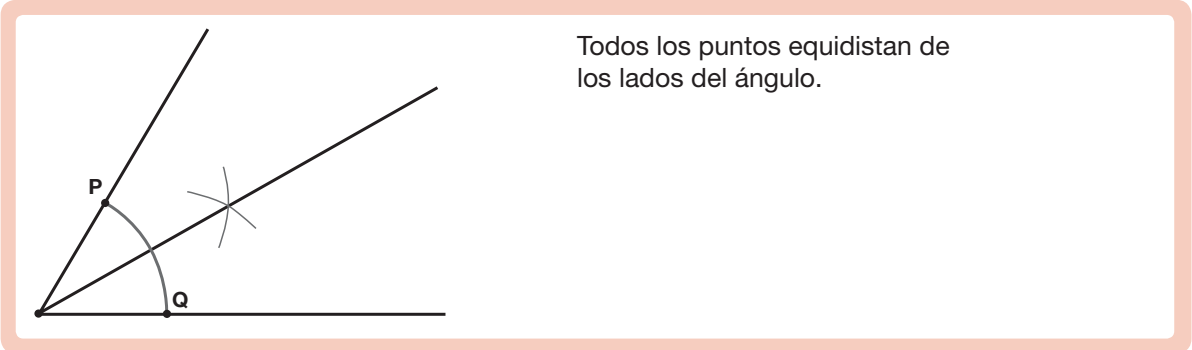
**60.** Dibuja el siguiente plano: La calle Verde es perpendicular a las calles Azul y Amarilla. La calle Roja forma un ángulo de  $30^\circ$  con la calle Verde. ¿Qué ángulos forma la calle Roja con la calle Azul? ¿Y con la Amarilla?



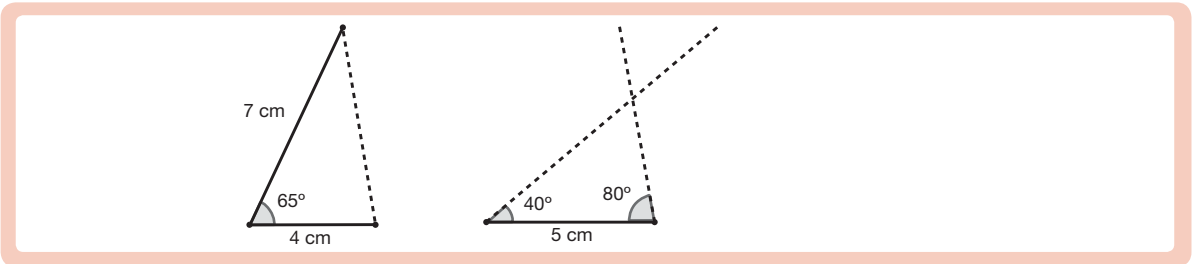
**61.** ¿Cuánto vale la suma de los ángulos interiores de este polígono? ¿Por qué?



**62.** Dibuja con regla y compás un ángulo y su bisectriz. ¿Qué propiedad cumplen todos los puntos de la bisectriz?



**63.** a) Dibuja el triángulo que tiene dos lados de 4 cm y 7 cm y el ángulo que forman mide 65°.  
 b) Dibuja el triángulo que tiene un lado de 5 cm y tal que los ángulos contiguos miden 40° y 80°.



**64.** Contesta razonadamente:

a) ¿Cuántos ángulos obtusos puede tener un triángulo? ¿Por qué?

Uno, porque dos obtusos suman más de 180°.

b) ¿Puede ser un triángulo obtusángulo y rectángulo? ¿Por qué?

No, porque la suma de un ángulo obtuso y un recto es más de 180°.

c) ¿Puede tener un triángulo dos ángulos rectos? ¿Por qué?

No, porque ya sumarían 180° y no quedan grados para el tercero.

d) ¿Un triángulo puede ser rectángulo e isósceles?

Sí, con los dos catetos iguales.

**65.** Dibuja los siguientes polígonos, asigna letras a sus vértices y nombra los distintos elementos.

	TRIÁNGULO	RECTÁNGULO	TRAPECIO	PENTÁGONO
DIBUJO				
LADOS	AB-BC-CA	AB-BC-CD-DA	AB-BC-CD-DA	AB-BC-CD-DE-EA
DIAGONALES	No tiene	AC-BD	AC-BD	AC-AD-BD-BE-CE



66. Completa la siguiente tabla de cuadriláteros:

Nombre	Regular sí/no	Paralelogramo sí/no	Características: lados y ángulos
Cuadrado	sí	sí	lados y ángulos iguales
Rombo	no	sí	lados iguales y ángulos iguales dos a dos
Rectángulo	no	sí	lados iguales dos a dos y ángulos iguales
Romboide	no	sí	lados y ángulos iguales dos a dos
Trapezio	no	no	dos lados paralelos
Trapezoide	no	no	--

67. Contesta razonadamente:

a) ¿Existe un trapezio con un ángulo recto?

Sí, el trapezio rectángulo.

b) ¿Un rombo puede tener las diagonales iguales?

Sí, en cuyo caso es un cuadrado.

68. Sabiendo que un ángulo de un rombo mide  $50^\circ$ , halla los demás ángulos.

$50^\circ, 130^\circ, 130^\circ$

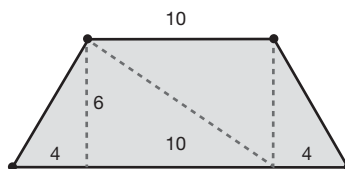
69. Sabiendo que un trapezio rectángulo tiene un ángulo de  $140^\circ$ , halla los restantes ángulos.

$90^\circ, 90^\circ, 40^\circ$

70. Calcula el área de los siguientes polígonos, primero descomponiendo en triángulos y después con la fórmula correspondiente

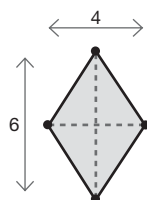
a) Trapecio isósceles de bases 10 y 18 dam y altura 6 dam.

a)  $84 \text{ dam}^2$



b) Rombo de diagonales 4 y 6 m.

b)  $12 \text{ m}^2$

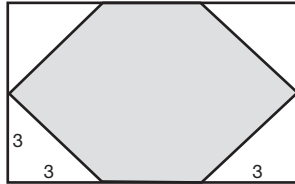


**71.** Javier quiere vallar su finca con una alambrada. La finca tiene forma rectangular y mide 50 m de largo y 30 m de ancho. Los lados menores lindan con otras fincas y el gasto se comparte con sus propietarios. Si cada rollo de alambrada mide 20 m y cuesta 170 €, calcula el gasto que tiene que realizar Javier.

1.105 €.

**72.** Si de un rectángulo de 9 cm de largo y 6 de ancho, cortamos en las cuatro esquinas un triángulo rectángulo de catetos de 3 cm, ¿qué área tiene la figura que resulta?

36 cm<sup>2</sup>.



**73.** ¿Cuántos rollos de papel hay que comprar para empapelar una pared de 6 m de ancho por 2,80 m de alto, si cada rollo mide 50 cm de ancho y 10 m de largo?

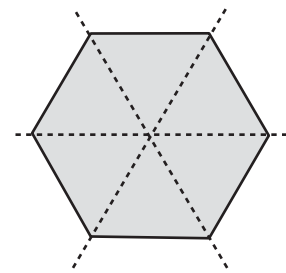
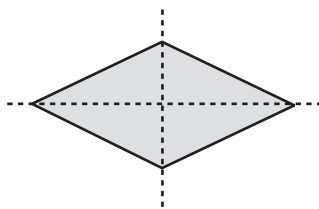
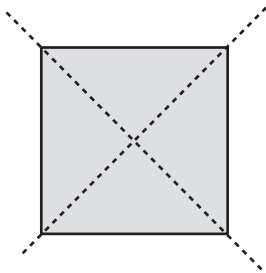
4 rollos.

**74.** ¿Cuáles de estos polígonos tienen, al menos, una diagonal como eje de simetría?

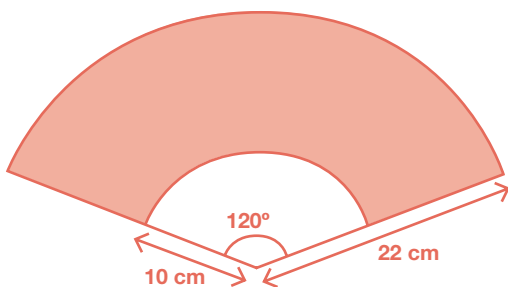
Cuadrado  Sí.  No.    Rombo  Sí.  No.    Rectángulo  Sí.  No.

Pentágono regular  Sí.  No.    Hexágono regular  Sí.  No.

Dibuja los casos en que la respuesta es afirmativa.

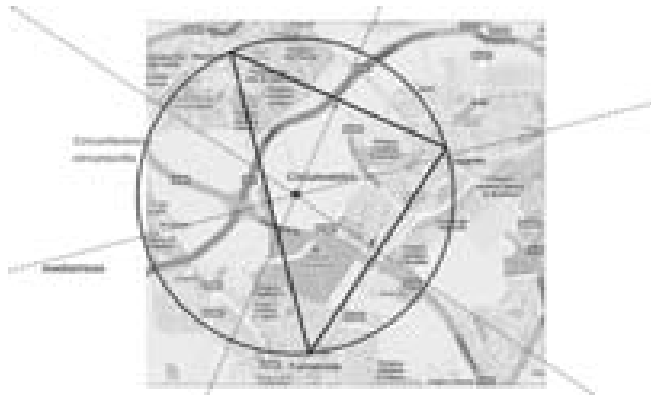


**75.** Calcula el área y el perímetro de la porción de tela de este abanico



Área= 402,12 cm<sup>2</sup>  
Perímetro= 91,02 cm

- 76.** Tres amigos que viven en Leganés, Alcorcón y Fuenlabrada deciden quedar en un punto que esté a la misma distancia de sus tres casas. ¿Cómo calcular el lugar de la cita? ¿Cómo se llama en matemáticas ese punto? ¿Qué circunferencia puedes trazar con centro en dicho punto? Haz el dibujo.



Es el circuncentro del triángulo cuyos vértices son las casas. Trazamos la circunferencia circunscrita.

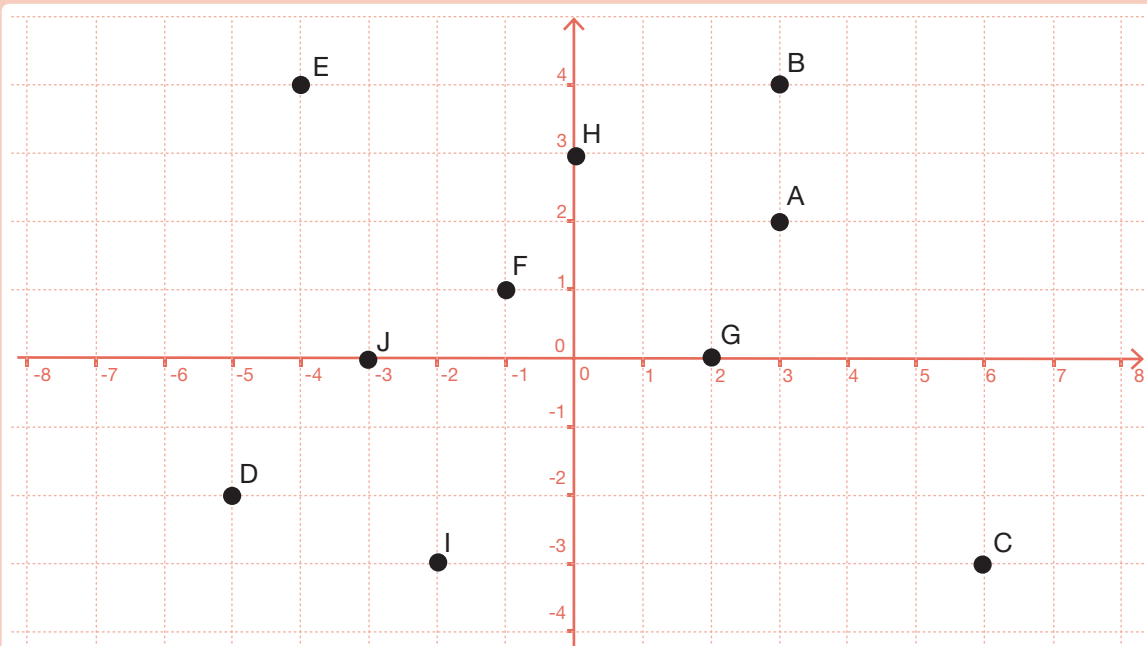
- 77.** ¿Cuántas vueltas da una rueda de 40 cm de radio para recorrer una distancia de 2.512 m?

1.000 vueltas.

#### 1.4. Tratamiento de la información. Gráficas

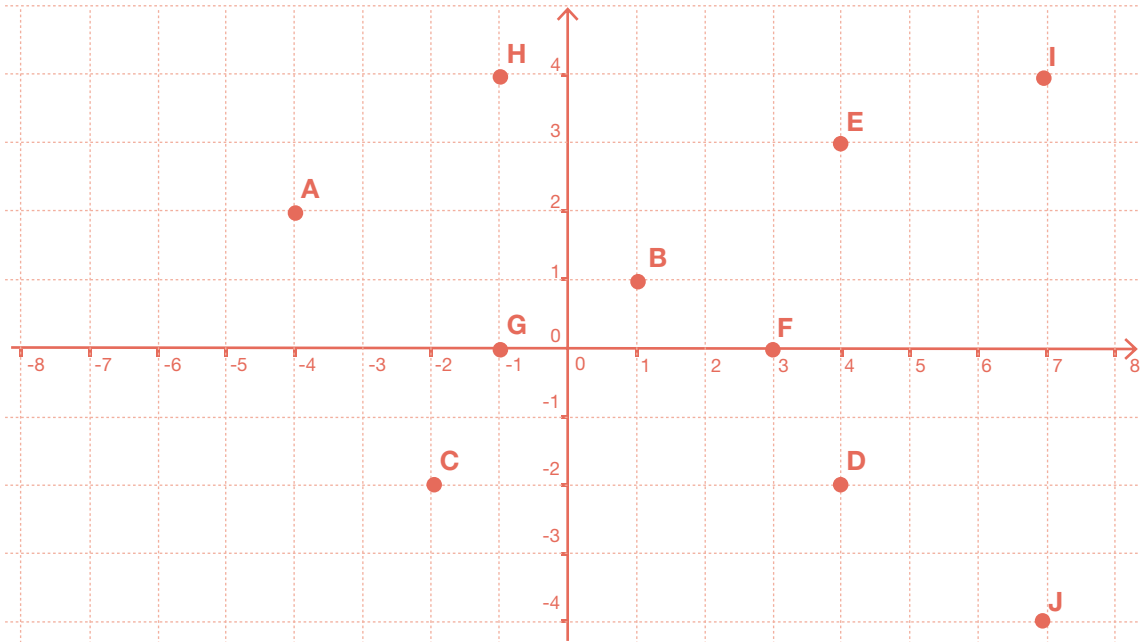
- 78.** Representa en el plano los siguientes puntos dados por sus coordenadas:

A(3,2)    B(3,4)    C(6,-3)    D(-5,-2)    E(-4,4)  
 F(-1,1)    G(2,0)    H(0,3)    I(-2,-3)    J(-3,0)



79.

En el plano siguiente se han representado algunos puntos. Escribe sus coordenadas.

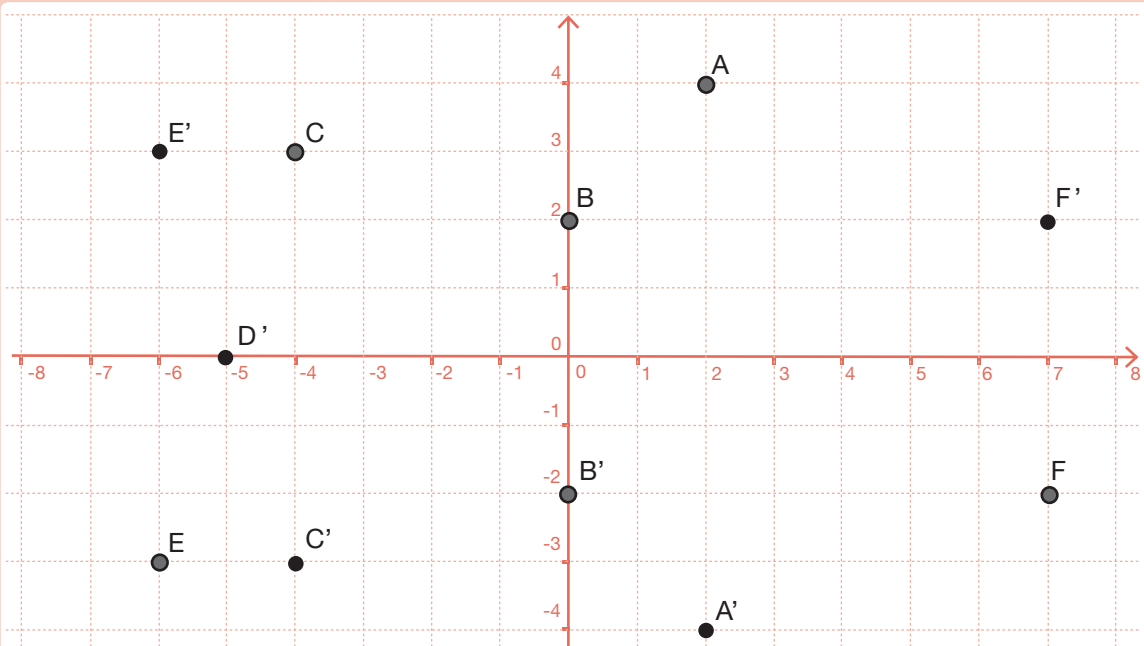


A(-4,2); B(1,1); C(-2,-2); D(4,-2); E(4,3); F(3,0); G(-1,0); H(-1,4); I(7,4); J(7,-4)

80.

Dibuja los siguientes puntos en unos ejes coordenados y encuentra las coordenadas de su simétrico con respecto del eje OX:

A(2,4); B(0,2); C(-4,3); D(-5,0); E(-6,-3); F(7,-2)

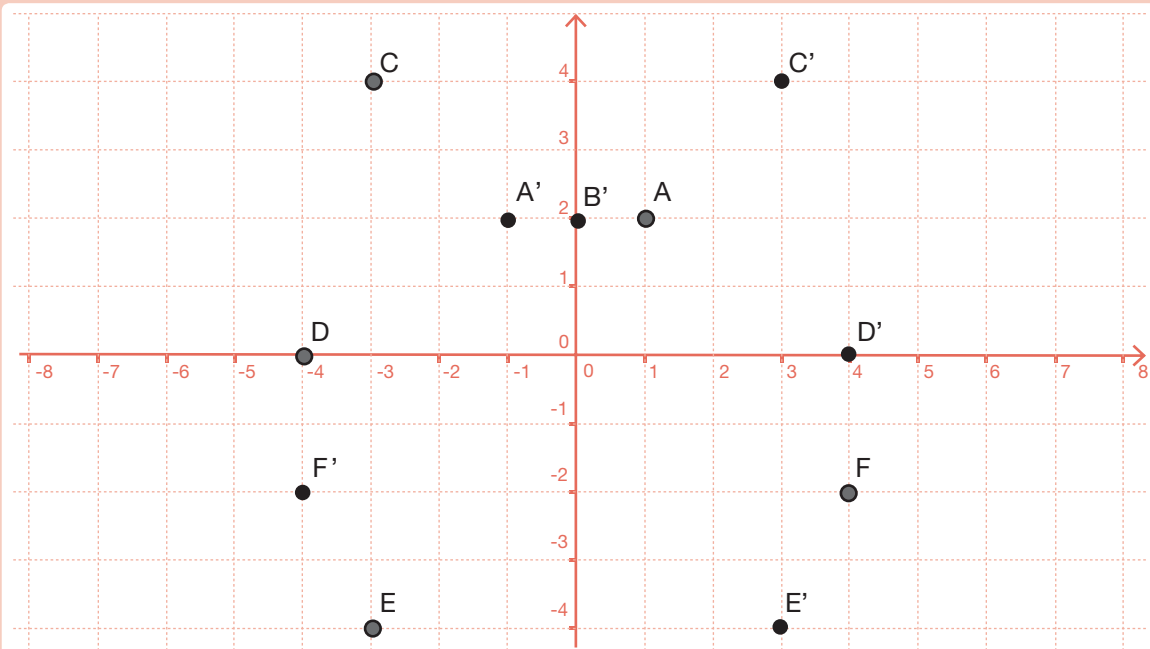


A'(2,-4); B'(0,-2); C'(-4,-3); D'(-5,0); E'(-6,3); F'(7,2).

81.

Dibuja los siguientes puntos en unos ejes coordenados y encuentra las coordenadas de sus simétricos con respecto del eje OY:

$A(1,2)$ ;  $B(0,2)$ ;  $C(-3,4)$ ;  $D(-4,0)$ ;  $E(-3,-4)$ ;  $F(4,-2)$



$A'(-1,2)$ ;  $B'(0,2)$ ;  $C'(3,4)$ ;  $D'(4,0)$ ;  $E'(3,-4)$ ;  $F'(-4,-2)$

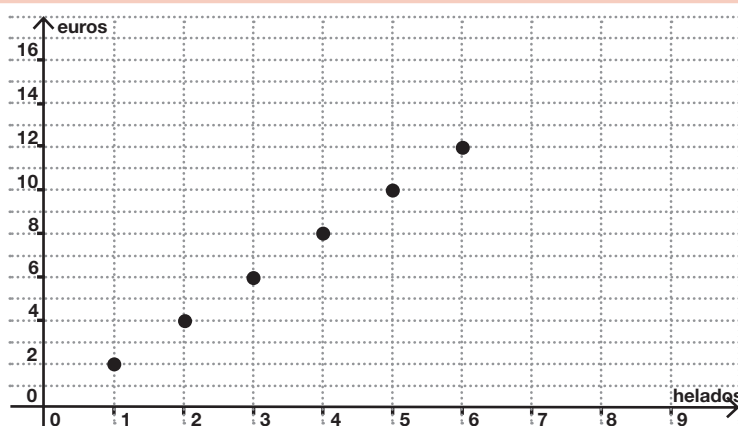
82.

Un helado cuesta 2 euros.

a) Haz una tabla en la que aparezcan relacionados: el número de helados en una columna y el importe total en otra (hasta seis helados).

Número de helados	Importe total
1	2
2	4
3	6
4	8
5	10
6	12

b) Representa estos datos como puntos en unos ejes coordenados, en el eje horizontal, el número de helados; y en el vertical, el importe.

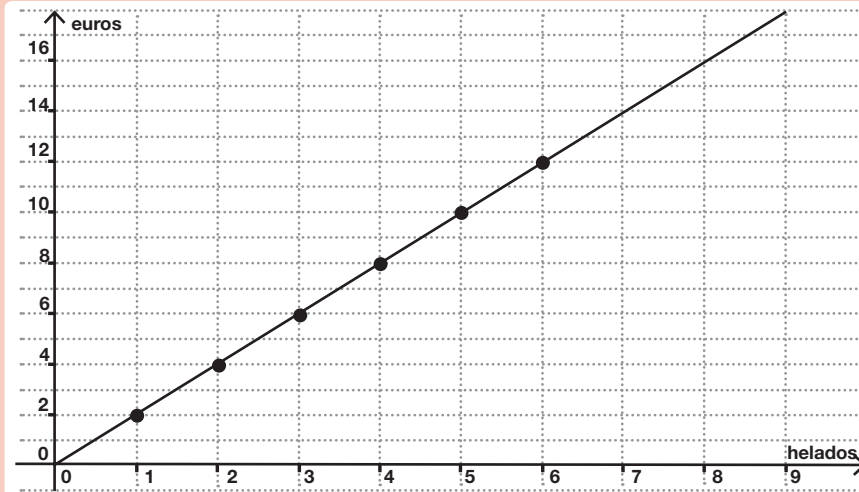


### Continúa al ejercicio 82.

c) ¿Están alineados los puntos?

Sí.

d) Si los puntos están alineados, dibuja una recta que los contenga y comprueba que pasa por el origen.

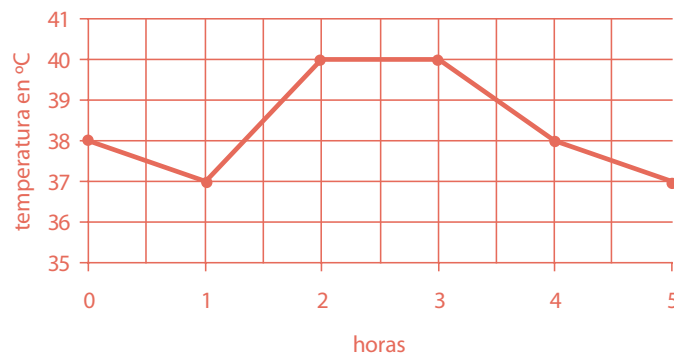


e) Ayudándote de la gráfica, sin hacer operaciones, determina cuánto dinero te costaría invitar a tus 8 mejores amigos a un helado a cada uno.

El punto de la recta que tiene abscisas 8, tiene de ordenadas 16. Por tanto, el importe total es 16 euros.

83.

Sofía tiene fiebre. El médico le ha dicho que se tome la temperatura durante las próximas cinco horas y anote los resultados. Sofía ha anotado los resultados y ha construido con ellos la siguiente gráfica:



a) ¿Qué temperatura tiene Sofía en la primera medición?

b) ¿Qué temperatura tiene al cabo de una hora?

c) ¿En qué momentos ha alcanzado su valor máximo la fiebre?

Entre la segunda y la tercera hora.

d) Al cabo de tres horas, Sofía ha tomado un medicamento para que le baje la fiebre. Describe qué ha ocurrido durante las dos horas siguientes.

Durante la primera hora, después de tomar el medicamento, la fiebre ha bajado a 38°C y durante la segunda, ha bajado a 37°C.

**84.** De las siguientes variables estadísticas indica cuál es cualitativa y cuál es cuantitativa:

- a) Color de ojos.
- b) Número de personas que viven en cada casa.
- c) Calificación de la asignatura de Lengua en el último examen.
- d) Nota numérica de la asignatura de Lengua en el último examen.
- e) Talla de calzado de cada alumno de tu clase.
- f) Género literario de los libros que le gusta leer a cada alumno de tu clase.

**85.** En la primera evaluación he obtenido un 4, en la segunda he obtenido un 5,5. ¿Qué nota tengo que sacar en la tercera evaluación para que la media de las tres evaluaciones sea un 5? ¿Qué nota tendría que sacar para que fuese un 6?

5,5 para que la media sea 5. 8,5 para que la media sea un 6.

**86.** Natalia ha hecho una encuesta entre sus compañeros de clase preguntándoles cuántos hermanos son en su familia. Las respuestas que ha anotado son las siguientes:

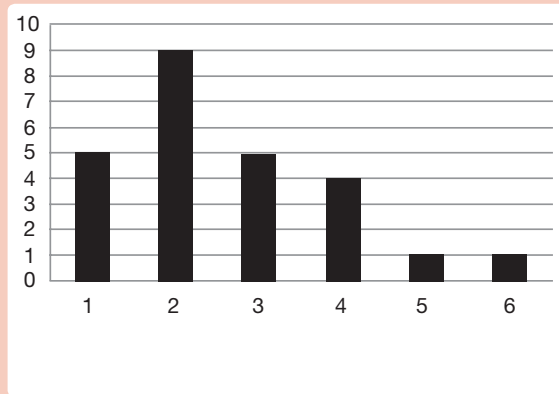
3 4 2 2 1  
 1 3 5 2 2  
 1 3 6 1 1  
 2 2 2 4 3  
 3 4 4 2 2

a) Los datos anteriores, ¿son cualitativos o cuantitativos?

b) Organiza los datos en una tabla de frecuencias.

Número de hermanos	Frecuencia
1	5
2	9
3	5
4	4
5	1
6	1

c) Representalos en un diagrama de barras.



d) Calcula la media.

- 87.** Raúl ha hecho una encuesta en su clase preguntando a sus compañeros cuál es su animal de compañía preferido. Con las respuestas ha elaborado la tabla siguiente:

animal de compañía	número de alumnos que lo prefieren
Perro	9
Gato	6
Canario	3
Hámster	2
Otros	3

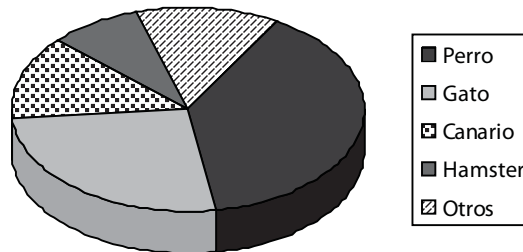
- a) ¿Cómo son estos datos, cualitativos o cuantitativos?

Cualitativos.

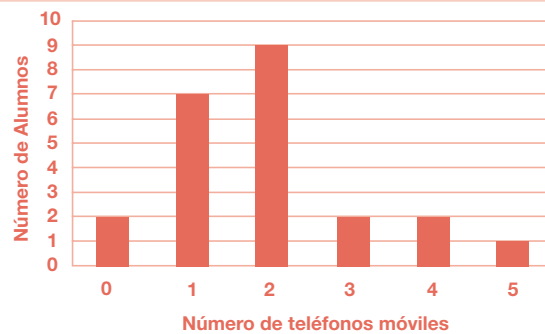
- b) ¿Cuántos alumnos hay en la clase de Raúl?

23.

- c) Representa los datos anteriores en un diagrama de sectores.



- 88.** Yolanda ha hecho una encuesta en su clase y ha preguntado a cada uno de sus compañeros por el número de teléfonos móviles que utilizan entre todos los miembros de su familia. Las respuestas las ha organizado en una tabla de frecuencias y finalmente las ha representado en un diagrama de barras:



- a) ¿De qué tipo son los datos estadísticos con los que está trabajando Yolanda, cualitativos o cuantitativos?

Cuantitativos.

- b) ¿Cuántos alumnos hay en la clase de Yolanda?

23.

- c) ¿Hay algún alumno en cuya familia no utilicen ningún teléfono móvil?

Sí, hay dos.

- d) Calcula la media de teléfonos móviles por familia de cada alumno de la clase de Yolanda.

Media = 1,91.



## 2. Segundo de ESO

### 2.1. Números, medidas y operaciones

#### 2.1.1. Divisibilidad

1. Di cuáles de los siguientes números son primos y cuáles son compuestos:

23, 39, 18, 27, 121, 53, 91, 147, 6, 123, 61, 19, 87, 47

Primos: 23, 53, 61, 19, 47

Compuestos: 39, 18, 27, 121, 91, 147, 6, 123, 87

2. Descompón en factores primos los números siguientes:

a) 270

$$2 \cdot 3^3 \cdot 5$$

b) 924

$$2^2 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 11$$

c) 72

$$2^3 \cdot 3^2$$

d) 1.100

$$2^2 \cdot 5^2 \cdot 11$$

e) 2.548

$$2^2 \cdot 7^2 \cdot 13$$

f) 1.000

$$2^3 \cdot 5^3$$

g) 1.575

$$3^2 \cdot 5^2 \cdot 7$$

h) 693

$$3^2 \cdot 7 \cdot 11$$

3. Calcula todos los divisores de los siguientes números, a partir de su descomposición en factores primos:

a) 150  $150=2 \cdot 3 \cdot 5^2$  Divisores :1, 2, 3, 5, 6, 10, 15, 25, 30, 50, 75, 150

b) 60  $60=2^2 \cdot 3 \cdot 5$  Divisores: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 10, 12, 15, 20, 30, 60

c) 54  $54=2 \cdot 3^3$  Divisores: 1, 2, 3, 6, 9, 18, 27, 54

d) 196  $196=2^2 \cdot 7^2$  Divisores: 1, 2, 4, 7, 14, 28, 49, 98, 196

4. Calcula el m.c.d. y el m.c.m. de los siguientes números, sin descomponerlos en sus factores primos:

a) m.c.d. (6, 9, 12) 3 b) m.c.d. (32, 40, 48) 8

c) m.c.d. (75, 90, 105) 15 d) m.c.d. (40, 180, 760) 20

e) m.c.m. (6, 9, 12) 36 f) m.c.m. (32, 40, 48) 480

g) m.c.m. (75, 90, 105) 3.150 h) m.c.m. (40, 180, 760) 6.840

5. Queremos envasar 125 latas de conserva de bonito y 175 latas de conserva de legumbres en cajas del mismo número de latas, pero sin mezclar ambos productos en la misma caja. ¿Cuál es el mínimo número de cajas necesarias? ¿Cuántas latas irán en cada caja?

5+7=12 cajas y 25 latas.

6. Tres atletas recorren un circuito. El primero tarda 18 minutos en dar una vuelta completa, el segundo tarda 24 minutos y el tercero 36 minutos. Si han salido a la vez, ¿cuánto tiempo tardarán en coincidir de nuevo en la salida? ¿Cuántas vueltas habrá dado cada uno?

Tardarán 72 minutos. El primero habrá dado 4 vueltas, el segundo 3 vueltas y el tercero 2 vueltas.

## 2. 1. 2. Operaciones, potencias y raíces

7. Calcula las operaciones combinadas siguientes con números decimales:

a) $(7,2 + 2,8) : 2,5 =$	<input type="text" value="4"/>	b) $5,6 : (2,4 - 0,8) =$	<input type="text" value="3,5"/>
c) $(0,6 : 0,1) - (0,006 : 0,0001) =$	<input type="text" value="-54"/>	d) $1,9 + 2 \cdot (1,3 - 2,2) =$	<input type="text" value="0,1"/>
e) $(3,5 - 1,1) : (1,2 - 2 \cdot 0,3) =$	<input type="text" value="4"/>	f) $(1,1 - 3,6) : (8,4 : 2 + 0,8) =$	<input type="text" value="-0,5"/>

8. Calcula como en el ejemplo y observa la diferencia:

$(-2)^4 = (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) = +16$        $-2^4 = -2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = -16$

a) $(-2)^3 =$ <input type="text" value="-8"/>	$-2^3 =$ <input type="text" value="-8"/>	c) $(-5)^2 =$ <input type="text" value="+25"/>	$-5^2 =$ <input type="text" value="-25"/>
b) $(-3)^3 =$ <input type="text" value="-27"/>	$-3^3 =$ <input type="text" value="-27"/>	d) $(-4)^2 =$ <input type="text" value="+16"/>	$-4^2 =$ <input type="text" value="-16"/>

9. Opera usando las propiedades de las potencias:

a) $(-5)^4 \cdot (-2)^4 =$	<input type="text" value="10.000"/>	b) $(-18)^3 : (-6)^3 =$	<input type="text" value="27"/>
c) $[(-5)^3]^2 : (-5)^5 =$	<input type="text" value="-5"/>	d) $(-2)^3 \cdot (-2)^4 \cdot 2^6 =$	<input type="text" value="-2^{13} = -8.192"/>
e) $\frac{(-3)^4 \cdot 3^2 \cdot (-3)^0}{3^3 \cdot (-3)^2} =$	<input type="text" value="3"/>	f) $[(-5)^4 \cdot (-5)^3] : (-5)^5 =$	<input type="text" value="25"/>
g) $[(-3)^7 : (-3)^4] : (-3)^3 =$	<input type="text" value="1"/>	h) $(-8)^9 : 8^8 =$	<input type="text" value="-8"/>
i) $\frac{2^5 \cdot (-3)^3 \cdot (-2)^5 \cdot 3^7}{6^9} =$	<input type="text" value="6"/>	j) $\frac{(-2^3) \cdot (-2)^5 \cdot (-2)^3}{2^3 \cdot (-2^2)^2} =$	<input type="text" value="-2^4 = -16"/>

10. Calcula el resultado de las operaciones combinadas con potencias:

a) $2^2 - 3^2 - (-3)^2 - 2 \cdot 3^2 - (3 - 2 \cdot 5)^2$	=	<input type="text" value="-81"/>
b) $(4 - 3^2)^2 - 2 \cdot 5^2 - (-3) - (-2)^2 - 2^2 - 3^3$	=	<input type="text" value="-57"/>
c) $9 - 3 \cdot [7 - 2 \cdot (-3)^2] - (4 \cdot 5 - 2^2) \cdot 3 - (-2)^3$	=	<input type="text" value="+2"/>

**11.** Opera con los números dados en notación científica y expresa el resultado en dicha notación:

a)  $(3,6 \cdot 10^{11}) \cdot (4,5 \cdot 10^7) = 1,62 \cdot 10^{19}$

b)  $(1,65 \cdot 10^{12}) \cdot (2,5 \cdot 10^{10}) = 4,125 \cdot 10^{22}$

c)  $(6,1 \cdot 10^9) \cdot (1,8 \cdot 10^3) = 1,098 \cdot 10^{13}$

d)  $(5,6 \cdot 10^9) : (2,8 \cdot 10^4) = 2 \cdot 10^5$

e)  $(1,65 \cdot 10^7) : (2,5 \cdot 10^4) = 6,6 \cdot 10^2$

f)  $(1,6 \cdot 10^8) : (6,4 \cdot 10^5) = 2,5 \cdot 10^2$

**12.** La velocidad de la luz es de 300.000 km/s. Expresa en notación científica los kilómetros que recorre en una hora, en un día y en un año.

En una hora:  $1,08 \cdot 10^9$  km, en un día:  $2,592 \cdot 10^{10}$  km y en un año:  $9,4608 \cdot 10^{12}$  km.

**13.** Trunca y redondea los siguientes números decimales a las centésimas:

Número	Truncamiento	Redondeo
2,456	2,45	2,46
256,014	256,01	256,01
7,932	7,93	7,93
67,006	67,00	67,01
70,107	70,10	70,11

**14.** Resuelve las ecuaciones siguientes:

a)  $3x^2 - 27 = 0$   $x = \pm 3$

b)  $4x^2 - 100 = 0$   $x = \pm 5$

c)  $80 = 20x^2$   $x = \pm 2$

d)  $-16x^2 = -64$   $x = \pm 2$

e)  $-7x^2 + 112 = 0$   $x = \pm 4$

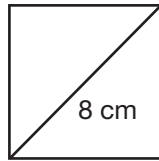
f)  $-x^2 + 1 = 0$   $x = \pm 1$

**15.** ¿El cuadrado de un número puede ser negativo? Razona la respuesta, utilizando las potencias.

Nunca, pues un número positivo o negativo al estar elevado al cuadrado, siempre es positivo.

16. Calcula el lado de un cuadrado que tiene una diagonal de 8 cm. Aproxima el resultado a las centésimas.

$$\sqrt{32}=5,66 \text{ cm}$$



17. Calcula el lado de un cuadrado que tiene una superficie de 50 m<sup>2</sup>.

$$\sqrt{50}=7,07 \text{ m}$$

### 2.1.3. Fracciones y decimales

18. Averigua cuáles de estos pares de fracciones son equivalentes hallando su valor decimal. Asegúrate, después, calculando los productos en cruz:

a)  $\frac{2}{4}$  y  $\frac{3}{6}$

Equivalentes

b)  $\frac{6}{4}$  y  $\frac{9}{6}$

Equivalentes

c)  $\frac{6}{8}$  y  $\frac{5}{4}$

No equivalentes

19. Completa el término que falta en cada caso para que estos pares de fracciones sean equivalentes:

a)  $\frac{10}{x}$  y  $\frac{7}{14}$

x=20

b)  $\frac{x}{18}$  y  $\frac{15}{45}$

x=6

c)  $\frac{2}{10}$  y  $\frac{5}{x}$

x=25

20. Completa la siguiente tabla con fracciones equivalentes:

Fracción	Por amplificación	Por simplificación	Fracción irreducible
$\frac{14}{4}$	$\frac{28}{8}$	$\frac{7}{2}$	$\frac{7}{2}$
$\frac{30}{45}$	$\frac{60}{90}$	$\frac{10}{15}$	$\frac{2}{3}$
$\frac{5}{8}$	$\frac{20}{32}$	No es posible	$\frac{5}{8}$
$\frac{35}{140}$	$\frac{70}{280}$	$\frac{5}{20}$	$\frac{1}{4}$

**21.** Calcula las fracciones irreducibles según el ejemplo:

Fracción	Descomposición	Simplificación de factores comunes	Fracción irreducible
$\frac{45}{90}$	$\frac{3^2 \cdot 5}{2 \cdot 3^2 \cdot 5}$	$\frac{\cancel{3^2} \cdot \cancel{5}}{2 \cdot \cancel{3^2} \cdot \cancel{5}}$	$\frac{1}{2}$
$\frac{36}{54}$	$\frac{2^2 \cdot 3^2}{2 \cdot 3^3}$	$\frac{2^{\cancel{2}} \cdot \cancel{3^2}}{\cancel{2} \cdot 3^{\cancel{2}}}$	$\frac{2}{3}$
$\frac{120}{180}$	$\frac{2^3 \cdot 3 \cdot 5}{2^2 \cdot 3^2 \cdot 5}$	$\frac{2^{\cancel{2}} \cdot \cancel{3} \cdot \cancel{5}}{\cancel{2}^2 \cdot 3^{\cancel{2}} \cdot \cancel{5}}$	$\frac{2}{3}$
$\frac{60}{75}$	$\frac{2^2 \cdot 3 \cdot 5}{3 \cdot 5^2}$	$\frac{2^{\cancel{2}} \cdot \cancel{3} \cdot \cancel{5}}{\cancel{3} \cdot 5^{\cancel{2}}}$	$\frac{4}{5}$
$\frac{121}{330}$	$\frac{11^2}{2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 11}$	$\frac{11^{\cancel{2}}}{2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot \cancel{11}}$	$\frac{11}{30}$

**22.** Ordena este grupo de fracciones de mayor a menor reduciéndolas, previamente, a común denominador:

$$\frac{3}{4}, \frac{7}{6}, \frac{5}{12}, \frac{4}{9}, \frac{11}{18} \quad \frac{7}{6} > \frac{3}{4} > \frac{11}{18} > \frac{4}{9} > \frac{5}{12}$$

**23.** Halla la fracción inversa de cada una de éstas:

a)  $\frac{4}{5}$     $\frac{5}{4}$    b)  $\frac{7}{2}$     $\frac{2}{7}$    c)  $\frac{-2}{13}$     $\frac{13}{-2}$    d)  $\frac{5}{-11}$     $\frac{-11}{5}$    e)  $\frac{1}{12}$    12

**24.** Realiza las siguientes operaciones, expresando el resultado con fracciones irreducibles:

a)  $\frac{11}{3} - \frac{4}{9}$    b)  $\frac{1}{20} + \frac{7}{30} + \frac{3}{10}$    c)  $\frac{15}{4} \cdot \frac{8}{3}$    d)  $\frac{14}{9} \div \frac{7}{3}$

e)  $\frac{5}{3} \cdot \frac{1}{2} - \frac{3}{4} \div \frac{3}{5}$    f)  $\frac{2}{3} - \left(1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3}\right) - \left(\frac{1}{5} + 1\right)$    g)  $-\frac{2}{3} - \left(\frac{3}{4} - \frac{1}{2} + \frac{2}{3}\right) \div \frac{1}{4}$

a)  $\frac{29}{9}$    b)  $\frac{7}{12}$    c) 10   d)  $\frac{2}{3}$

e)  $-\frac{5}{12}$    f)  $-\frac{41}{30}$    g)  $-\frac{13}{3}$

**25.** Calcula las siguientes potencias:

a)  $\left(\frac{4}{3}\right)^2$

$$\frac{16}{9}$$

b)  $\left(-\frac{3}{2}\right)^4$

$$\frac{81}{16}$$

c)  $\left[\left(\frac{1}{2}\right)^2\right]^3$

$$\frac{1}{64}$$

d)  $\left(\frac{2}{5}\right)^7 : \left(\frac{2}{5}\right)^5$

$$\frac{4}{25}$$

e)  $\left(\frac{2}{3}\right)^2 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^3$

$$\frac{32}{243}$$

**26.** Ricardo leyó el lunes  $\frac{1}{6}$  de un libro; el martes leyó  $\frac{1}{4}$ , y el miércoles, se entusiasmó y leyó las 140 páginas que le faltaban. ¿Cuántas páginas tiene ese libro?

240 páginas.

### 2.1.4. Porcentajes y proporcionalidad

**27.** Expresa los siguientes números decimales como fracciones y porcentajes:

a) 0,15

$$\frac{15}{100} \quad 15\%$$

b) 0,09

$$\frac{9}{100} \quad 9\%$$

c) 1,25

$$\frac{125}{100} \quad 125\%$$

d) 0,78

$$\frac{78}{100} \quad 78\%$$

**28.** Calcula las fracciones de las cantidades siguientes:

Fracción	Cantidad	Resultado
$\frac{3}{4}$ de	24	18
$\frac{25}{100}$ de	1.200	300
$\frac{2}{100}$ de	40	0,8
$\frac{18}{100}$ de	66	11,88
$\frac{75}{100}$ de	150	112,5

**29.** Completa la cantidad de la cual se ha calculado el porcentaje:

Porcentaje	Cantidad	Resultado
25%	80	320
20%	30	150
12%	120	1.000
35%	28	80
72%	360	500

**30.** Contesta a las siguientes cuestiones y completa la tabla:

a) Si después de subir un 12%, el precio de la barra de pan es de 56 céntimos, ¿cuál era el precio antes de la subida?

50 céntimos

b) Un embalse contenía la semana pasada 2.000.000 m<sup>3</sup>. Con las últimas lluvias, su contenido ha aumentado un 18%. ¿Cuántos metros cúbicos contiene ahora?

2.360.000 m<sup>3</sup>

c) Un pantalón, que antes de las rebajas costaba 80 euros, cuesta ahora 60. ¿Qué porcentaje supone el descuento?

25% de descuento

Apartado	Cantidad inicial	Cantidad final	Aumento/Disminución porcentual
a)	50 céntimos	56 céntimos	aumento 12%
b)	2.000.000 m <sup>3</sup>	2.360.000 m <sup>3</sup>	aumento 18%
c)	80 euros	60 euros	disminución 25%

**31.** Explica si estas parejas de magnitudes son o no proporcionales. En caso de que lo sean, diferencia las relaciones de proporcionalidad directa e inversa.

- a) Número de huevos y cantidad de leche necesaria para elaborar flanes.
- b) Número de alumnos de un grupo y número de aprobados.
- c) Distancia entre dos ciudades en un plano y distancia en la realidad.
- d) Velocidad de un coche y tiempo invertido en un trayecto.
- e) Número de gallinas de una granja y días que tardan en consumir una cierta cantidad de pienso.
- f) Número de gallinas de una granja y cantidad de pienso que consumen en una cierta cantidad de días.
- g) Superficie de varios países y millones de habitantes de cada país.
- h) El tiempo que permanece abierto un grifo y su caudal.
- i) Número de grifos iguales abiertos y tiempo que tardan en llenar una piscina.

No proporcionales: b), g), h)  
 Proporcionalidad directa: a), c), f)  
 Proporcionalidad inversa: d), e), i)

**32.** Una moto ha recorrido 50 kilómetros en 40 minutos a velocidad constante.

a) ¿Qué distancia habrá recorrido cuando pasen 10 minutos más, si mantiene la misma velocidad?

62,5 kilómetros

b) ¿Cuánto tiempo tarda si recorre 120 kilómetros en total?

96 minutos = 1 hora y 36 minutos

**33.** Para transportar las sillas de la biblioteca del instituto se han ofrecido 25 alumnos, que han tardado en hacerlo 20 minutos. ¿Cuánto tiempo habrían tardado si lo hubiesen hecho con quince alumnos más?

12 minutos y medio.

### 2.1.5. Medida de magnitudes

**34.** Completa la siguiente tabla con las unidades que se indican:

$m^2$	$hm^2$	$dam^2$	$km^2$	$dm^2$
750	0,075	7,5	0,00075	75.000
1.200.000	120	12.000	1,2	120.000.000
4.500	0,45	45	0,0045	450.000
7.000	0,7	70	0,007	700.000
4,3	0,00043	0,043	0,0000043	430

**35.** Expresa en litros:

- a)  $4 \text{ dm}^3$  4 l      c)  $0,05 \text{ dam}^3$  50.000 l      e)  $65 \text{ m}^3$  65.000 l  
 b)  $27 \text{ cm}^3$  0,027 l      d)  $0,016 \text{ hm}^3$  16.000.000 l      f)  $6.000 \text{ mm}^3$  0,006 l

**36.** Un camión transporta 250.000 litros de vino en botellas de un litro. Expresa en  $dm^3$  y en  $cm^3$  el volumen que ocupa el vino.

250.000  $dm^3$ ; 250.000.000  $cm^3$

**37.** Una finca rectangular mide 8 hm de largo y 5 hm de ancho. Calcula el área de la finca y expresa su medida en hectáreas y en áreas.

40 ha; 4.000 a



**38.** Dados los ángulos  $\hat{a} = 45^\circ 50' 36''$ ,  $\hat{b} = 37^\circ 12' 42''$  y  $\hat{c} = 115^\circ 45' 23''$ , calcula:

<b>a) <math>\hat{a} + \hat{b}</math></b>	<b>b) <math>\hat{c} + \hat{a}</math></b>	<b>c) <math>3 \cdot \hat{a}</math></b>	<b>d) <math>\hat{b} : 6</math></b>
83° 3' 18"	161° 35' 59"	137° 31' 48"	6° 12' 7"

**39.** Un tren sale de una estación a las 8 h 43 min 40 s y tarda en hacer un trayecto 5 h 38 min 35 s. ¿A qué hora llega a su destino?

A las 14 h 22 min 15 s

**40.** ¿Cuánto tiempo transcurre desde las 23 h 15 min hasta las 2 h 45 min? Expresa el resultado en horas y en minutos.

3 horas y media; 210 minutos.

---

2.2. Álgebra

---

**41.** Expresa en lenguaje algebraico indicando lo que significa x:

Expresión	x	Expresión algebraica
La mitad de un número menos su quinta parte	Número	$\frac{x}{2} - \frac{x}{5}$
La suma de dos números consecutivos	Primer número	$x + x + 1$
Un número par	Un número entero cualquiera	$2x$
La suma de dos números pares consecutivos	Un número entero cualquiera	$2x + 2x + 2$
Un número impar	Un número entero cualquiera	$2x + 1$

- 42.** Expresa la fórmula del área de los siguientes polígonos en función de  $x$ , siendo  $x$  el elemento que se indica en cada caso:

Polígono	$x$	Área
Triángulo de 7 centímetros de base	Altura	$A = \frac{7x}{2}$
Cuadrado	Lado	$A = x^2$
Pentágono de 6 centímetros de lado	Apotema	$A = \frac{30x}{2}$
Trapezio de base mayor 10 centímetros y 3 de altura	Base menor	$A = \frac{10+x}{2} \cdot 3$

- 43.** Calcula el valor numérico de las siguientes expresiones para los valores dados:

a) $3x^2 - 5x + 7$ , para $x=2$	<input type="text" value="9"/>
b) $2(a+b) - ab$ , para $a=3$ y $b=-2$	<input type="text" value="8"/>
c) $x + x^2 + 2x^3$ , para $x=-1$	<input type="text" value="-2"/>
d) $x^2y - \frac{4}{3}xy^2$ , para $x=4$ , $y=-3$	<input type="text" value="-96"/>

- 44.** En cada sucesión, escribe los dos términos siguientes y obtén la fórmula correspondiente al término de orden  $n$ :

a) 2, 4, 8, 16, ...	<input type="text" value="32; 64; (2^n)"/>
b) 3, 6, 9, 12, ...	<input type="text" value="15, 18; (3n)"/>
c) 4, 6, 8, 10, ...	<input type="text" value="12, 14; (2n+2)"/>
d) 2, 5, 8, 11,	<input type="text" value="14, 17; (3n-1)"/>

**45.** Reduce las siguientes expresiones:

a) $2x+5x-9x$	-2x
b) $4b-7b-10b$	-13b
c) $6a-8-9a-5$	-3a-13
d) $(3x-1)+(2x-5)$	5x-6
e) $5 \cdot (2x-3)$	10x-15
f) $(-2) \cdot (-3x+4)$	6x-8
g) $3 \cdot (x-7)$	3x-21
h) $(-4) \cdot (-2a-5)$	8a+20
i) $2,5x-4,5-7x+12+6,3x+9,4$	1,8x+16,9
j) $-3,5-5x+7,3x-10,25+4,8x$	-13,75+7,1x

**46.** Comprueba si son correctas o no las soluciones de las siguientes ecuaciones:

a) $2x+8=-4$	$x=6$	No
b) $3-5a=7$	$a=1$	No
c) $3x+8=-5x$	$x=-1$	Sí
d) $4x-2(3x-7)=5x$	$x=-2$	No

**47.** Resuelve las siguientes ecuaciones según los pasos indicados en el ejemplo:

Pasos a seguir	$3x+8=-2x+5+x$	$x-5+2x=6x-3$	$5x-9=16$
Reducción de términos	$3x+8=-x+5$	$3x-5=6x-3$	
Transposición	$3x+x=-8+5$	$3x-6x=-3+5$	$5x=16+9$
Reducción	$4x=-3$	$-3x=2$	$5x=25$
Solución	$x=-\frac{3}{4}$	$x=-\frac{2}{3}$	$x=5$

**48.** Calcula la altura de un triángulo sabiendo que la base mide 12 centímetros y el área es de 48 cm<sup>2</sup>.

$h = 8 \text{ cm.}$

**49.** Resuelve, mediante una ecuación, cada uno de los siguientes problemas:

a) El triple de un número menos 8 es igual a 16. ¿Cuál es el número?

$$3x-8=16 \quad x=8$$

b) Lola ha repartido 630 discos compactos entre sus amigos Nacho y Marian. Si a Marian le ha dado el doble que a Nacho, ¿cuántos ha regalado a cada uno?

$$x+2x=630 \quad \text{Nacho recibe 210 discos compactos y Marian 420.}$$

c) Álvaro tiene 10 años menos que su hermana y, dentro de dos años, ella tendrá el doble que él. ¿Qué edad tiene actualmente cada uno?

$$x+10+2=2(x+2) \quad \text{Álvaro tiene 8 años y su hermana tiene 18.}$$

d) Calcula la medida de cada uno de los cuatro ángulos de un cuadrilátero si cada uno es doble del inmediato más pequeño.

$$x+2x+4x+8x=360 \quad \text{Los ángulos miden 24, 48, 96 y 192 grados, respectivamente.}$$

### 2.3. Geometría

**50.** Completa los datos que faltan en las siguientes medidas de triángulos rectángulos, redondeando a las décimas si salen decimales:

Hipotenusa	10	7,2	13	10,2
Cateto 1	8	6	12	2
Cateto 2	6	4	5	10
Área	24	12	30	10

**51.** Halla el perímetro y el área de las siguientes figuras geométricas:

a) Rectángulo con base de 16 dm y diagonal de 20 dm.

$$P = 56 \text{ dm} , A = 192 \text{ dm}^2$$

b) Rombo de lado 5 m y diagonal de 6 m.

$$P = 20 \text{ m} , A = 24 \text{ m}^2$$

c) Trapecio isósceles de bases de 7 y 19 cm y lados iguales de 10 cm.

$$P = 46 \text{ cm} , A = 104 \text{ cm}^2$$

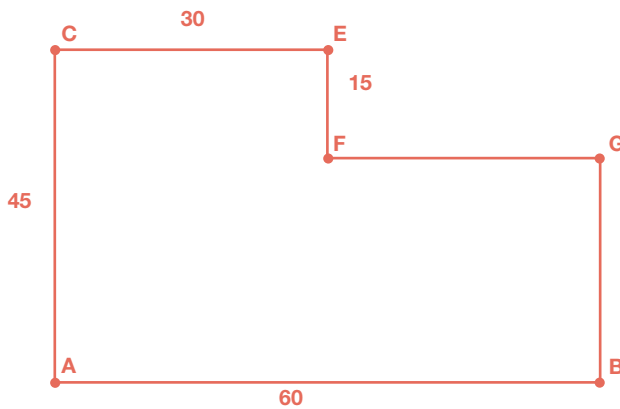
**52.** Calcula el área de un hexágono regular cuyo lado mide 38 cm.

$$3750,6 \text{ cm}^2$$

**53.** El área de un triángulo equilátero es  $173,20 \text{ cm}^2$  y su altura  $17,32 \text{ cm}$ . Halla la longitud de su lado.

$$20 \text{ cm}$$

- 54.** Una comunidad de vecinos quiere construir una piscina. El arquitecto les propone la siguiente forma. Los vecinos deciden construir una piscina semejante a este modelo, de manera que el lado mayor sea de 16 m. Calcula las medidas del resto de los lados.

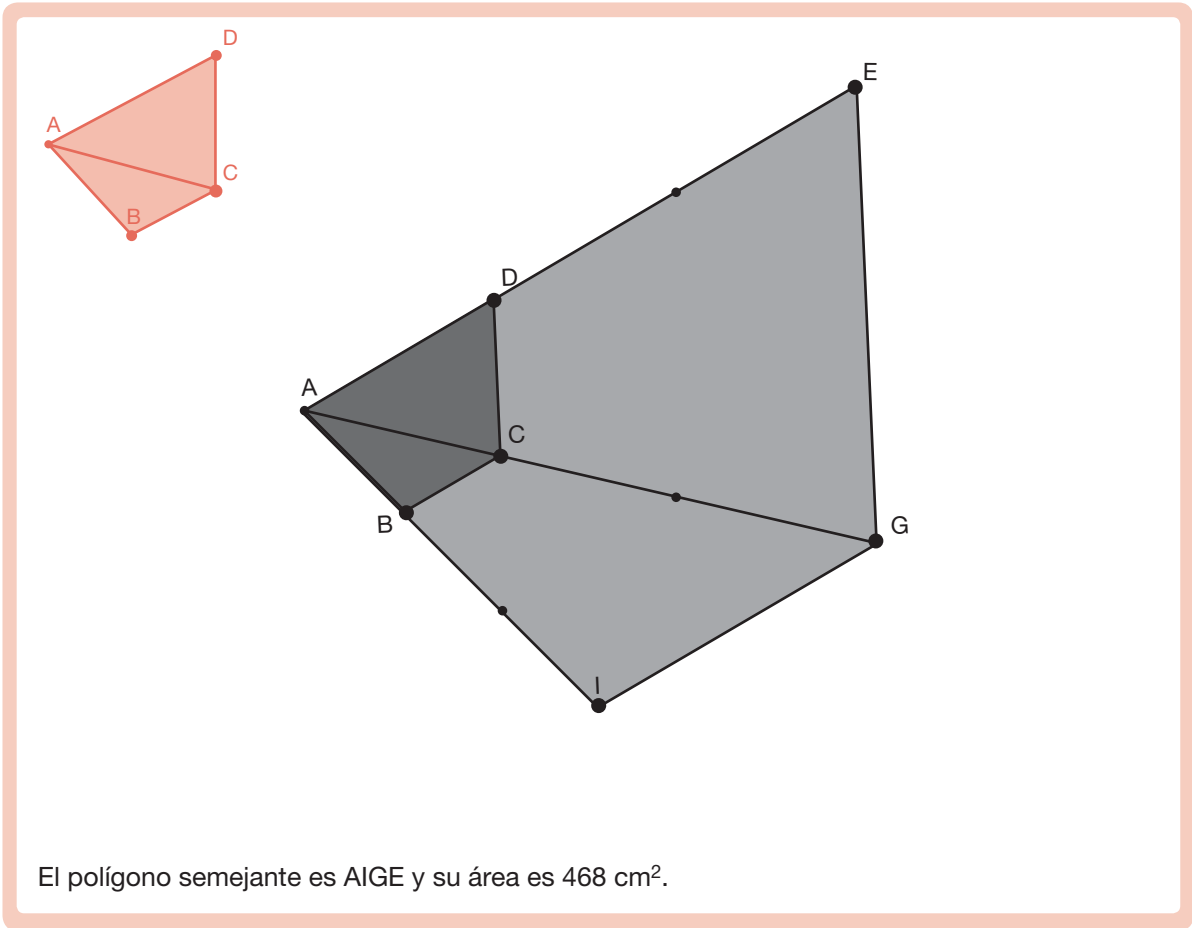


$AC = 12 \text{ m}$   
 $CE = FG = GB = 8 \text{ m}$   
 $EF = 4 \text{ m}$

- 55.** ¿Son semejantes dos triángulos si el primero tiene un ángulo de  $45^\circ$  y otro de  $60^\circ$  y el segundo tiene un ángulo de  $45^\circ$  y otro de  $75^\circ$ ? Razona tu respuesta.

Sí; en el primer triángulo el tercer ángulo es  $180^\circ - (45^\circ + 60^\circ) = 75^\circ$  y en el otro es  $180^\circ - (45^\circ + 75^\circ) = 60^\circ$ , luego tienen sus tres ángulos iguales.

- 56.** Dado el polígono ABCD, construye uno semejante a él con razón de semejanza 3 y usando el vértice A como punto de proyección. Si el área de ABCD es  $52 \text{ cm}^2$ , ¿cuál es el área del polígono construido?



El polígono semejante es AIGE y su área es  $468 \text{ cm}^2$ .

**57.** Dibuja un prisma recto regular de base pentagonal y a continuación:

a) Nombra sus vértices y, a partir de ellos, sus aristas y caras, explicando las características de estas últimas.

a) Aristas base: AB, BC, CD, DE, EA, FG, GH, HI, IJ, JF.	Tiene cinco caras laterales iguales que son rectangulares: ABGF, BCHG, CDIH, DEJI, EAFJ.
Aristas laterales: AF, BG, CH, DI, EJ.	Total caras: 7
Caras: Tiene dos bases paralelas que son pentágonos regulares iguales: ABCDE y FGHIJ.	Total vértices: 10
	Total aristas: 15

b) Encuentra dos pares de caras paralelas entre sí.

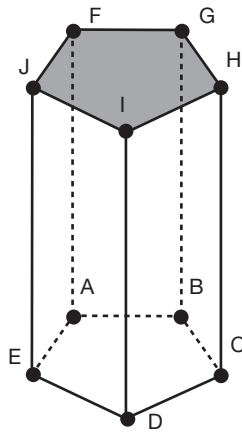
Sólo tiene paralelas entre sí las bases.

c) Encuentra dos pares de aristas paralelas entre sí y dos pares perpendiculares entre sí.

Paralelas: AB y FG; AF y CH. Perpendiculares: AB y AF; HG y HC.

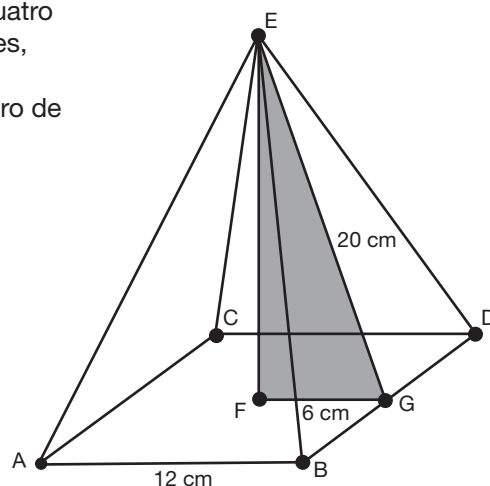
d) Si la arista de la base mide 8 cm, la apotema de la base 5,5 cm y la arista lateral 20 cm, calcula su área total y su volumen.

Área total = 1.020 cm<sup>2</sup> Volumen = 2.200 cm<sup>3</sup>

**58.** Describe y dibuja una pirámide cuadrangular regular. Define y representa su altura y calcula su área total y su volumen sabiendo que la apotema de la base mide 6 cm y la apotema de la pirámide mide 20 cm.

Es un poliedro que tiene por base un cuadrado, cuatro caras laterales iguales, que son triángulos isósceles, con un vértice común.  
La altura es el segmento que va del vértice al centro de la base.

Altura = 19,1 cm  
Área total = 624 cm<sup>2</sup>  
Volumen = 916,8 cm<sup>3</sup>



59. En un pozo circular de 1,80 m de diámetro, el agua alcanza una altura de 5,40 m desde el fondo. ¿Qué cantidad de agua contiene?

$$13,73 \text{ m}^3 = 13.730 \text{ dm}^3 = 13.730 \text{ litros}$$

60. Se ha abierto una zanja de 15,20 m de largo, 4 m de ancho y 2 m de profundidad. ¿Cuántos metros cúbicos de tierra se han sacado?

$$121,6 \text{ m}^3$$

61. Queremos construir una vasija de forma cónica con tapadera. ¿Cuál será su volumen si el radio de la tapadera es 5 cm y la altura de la vasija es 15 cm?

$$392,5 \text{ cm}^3$$

62. Escribe las fórmulas del área y volumen de la esfera y calcúlalos para una esfera de radio 5 m.

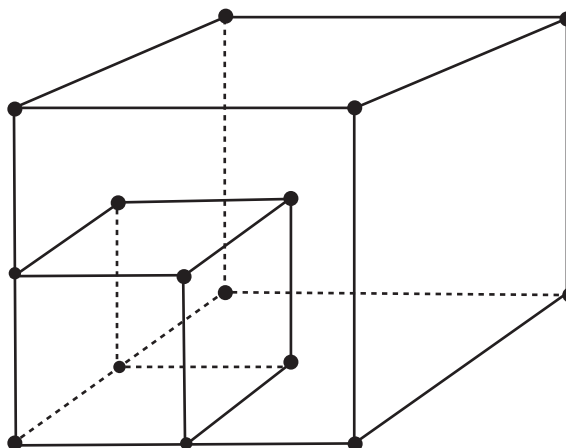
$$A = 314 \text{ m}^2 \quad V = 523,3 \text{ m}^3$$

63. Toma las medidas de un brik de un litro de capacidad y calcula su volumen en decímetros cúbicos. ¿Qué conclusión sacas?

Que su volumen es aproximadamente un decímetro cúbico, que equivale a un litro de capacidad.

64. Dado un cubo, si construyes otro cuya arista es la mitad, ¿cuántas veces se reduce su volumen?

Su volumen se reduce a la octava parte.



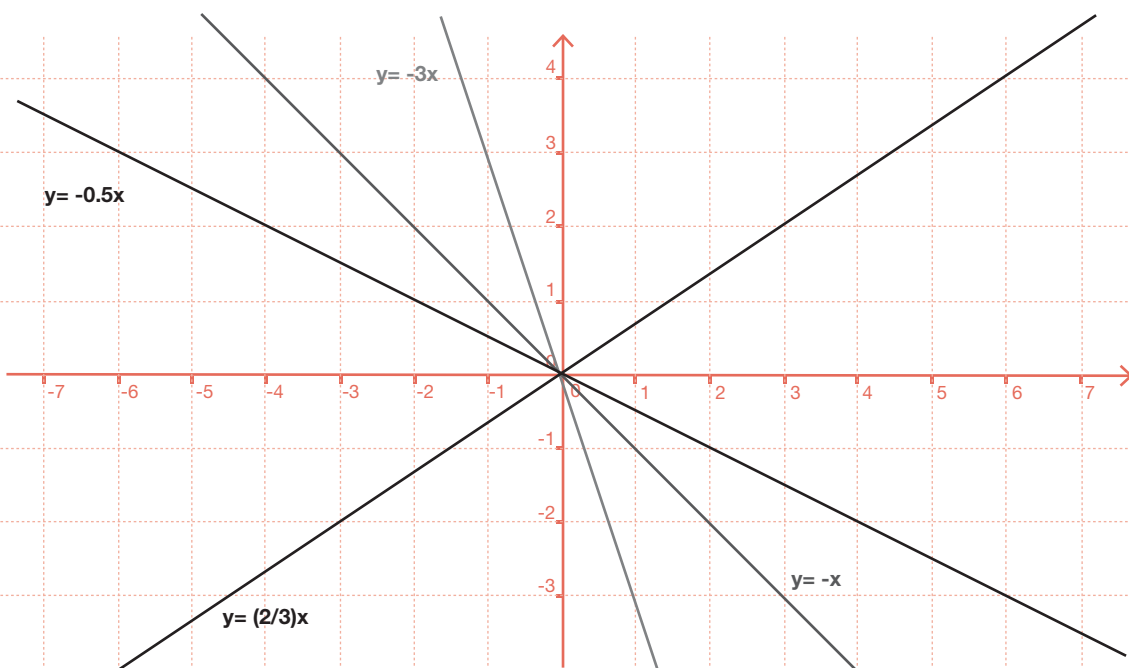
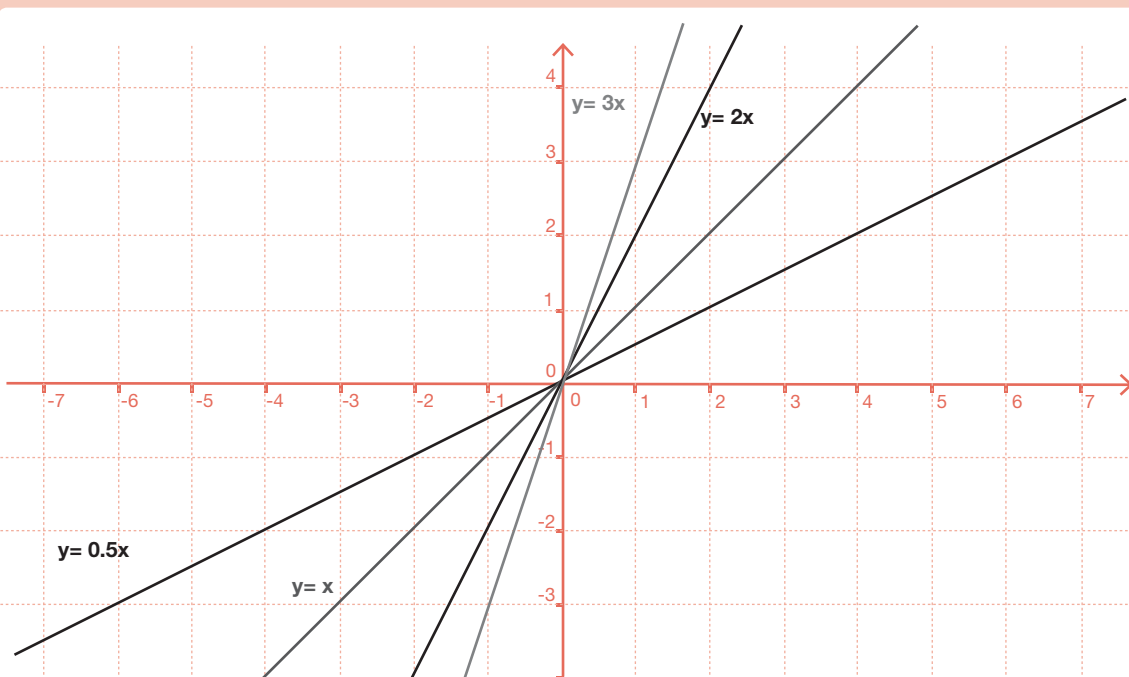
## 2.4. Funciones y gráficas

65.

Utilizando tablas de valores, representa en unos ejes coordenados las gráficas de las funciones siguientes:

a)  $y=x$       b)  $y=2x$       c)  $y=3x$       d)  $y=\frac{1}{2}x$

e)  $y=-x$       f)  $y=-\frac{1}{2}x$       g)  $y=-3x$       h)  $y=\frac{2}{3}x$



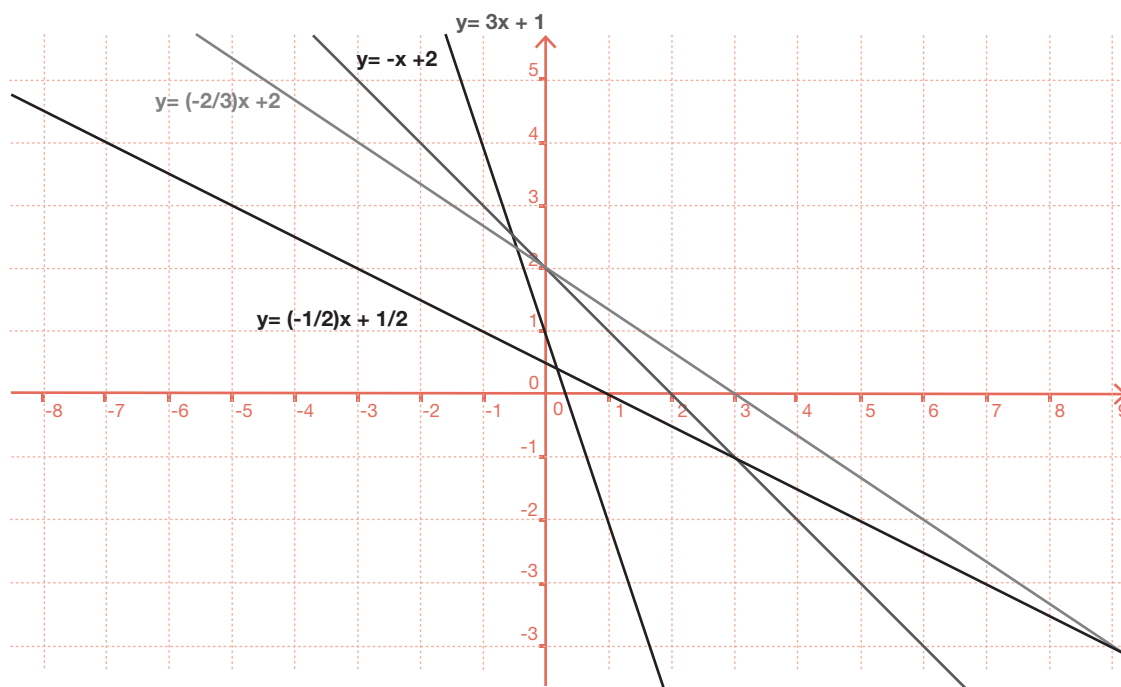
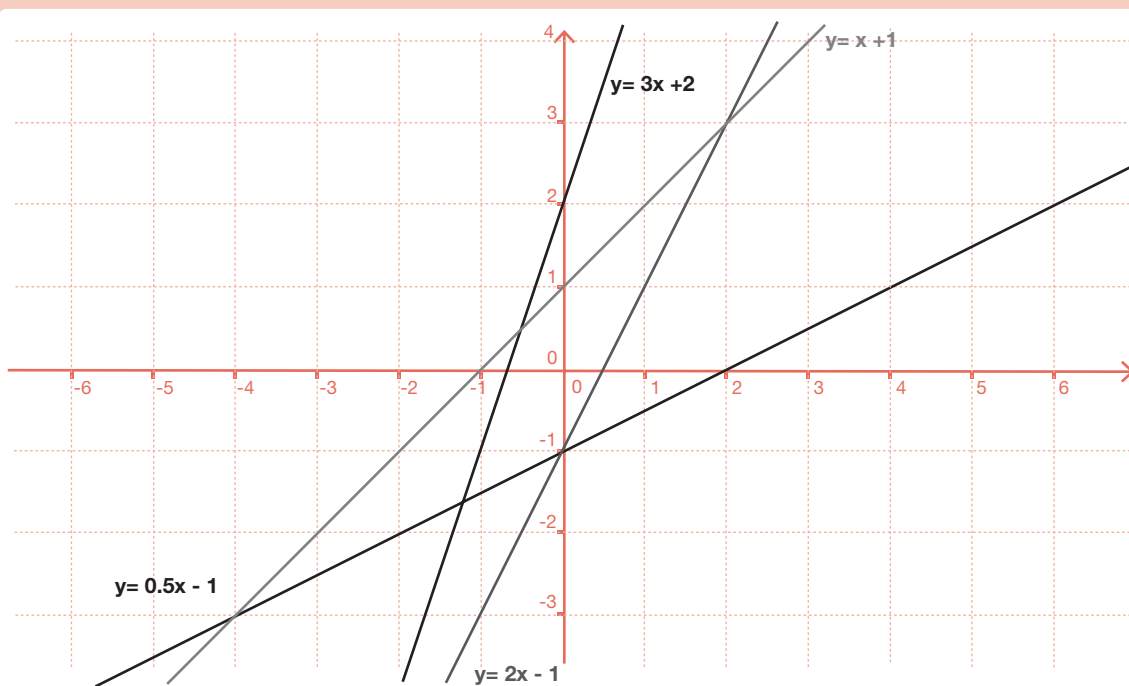


66.

Utilizando tablas de valores, representa en unos ejes coordenados las gráficas de las siguientes funciones:

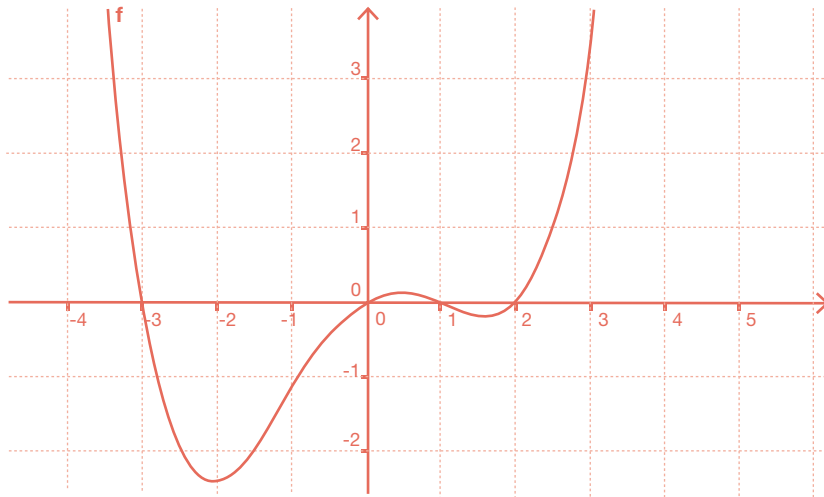
a)  $y=x+1$     b)  $y=2x-1$     c)  $y=3x+2$     d)  $y=\frac{1}{2}x-1$

e)  $y=-x+2$     f)  $y=-\frac{1}{2}x+\frac{1}{2}$     g)  $y=-3x+1$     h)  $y=-\frac{2}{3}x+2$



**67.** Observa la gráfica de la siguiente función e indica, a partir de la gráfica:

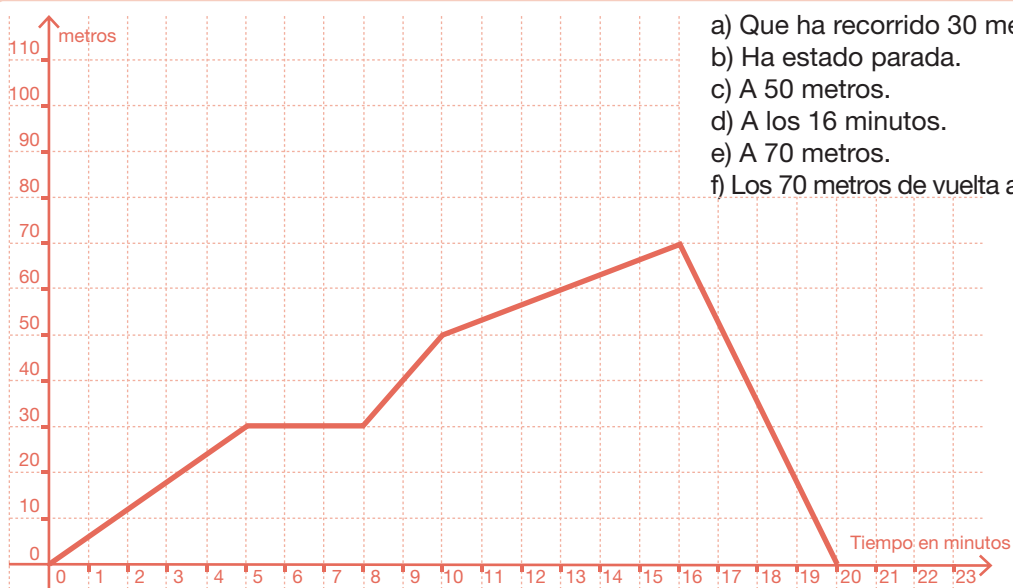
- Los lugares del eje X en los que es creciente y en los que es decreciente.
- Los máximos y los mínimos, aproximadamente.
- Los puntos de corte con los ejes.



- Es creciente desde -2 hasta 0,5 y desde 1,5 hasta infinito. Es decreciente desde menos infinito hasta -2 y desde 0,5 hasta 1,5.
- Alcanza máximo (local) en 0,5 y mínimos en -2 y 1,5.
- Corta al eje X en los puntos (-3,0); (0,0); (1,0) y (2,0). Corta al eje Y en (0,0).

**68.** Rosario ha salido de su casa a dar un paseo que ha durado 20 minutos. La gráfica siguiente describe la relación entre los minutos transcurridos, desde el momento en que salió de su casa, y los metros que ha recorrido. A partir de la gráfica, contesta a las siguientes cuestiones:

- ¿Qué ha ocurrido en los primeros 5 minutos?
- En el intervalo que va de 5 a 8 minutos, ¿qué ha hecho Rosario?
- ¿A cuántos metros se encuentra de su casa a los 10 minutos?
- ¿En qué momento se ha encontrado más lejos de su casa?
- ¿Cuál es la distancia máxima a la que se ha encontrado?
- Entre los minutos 16 y 20, ¿cuántos metros ha recorrido Rosario?

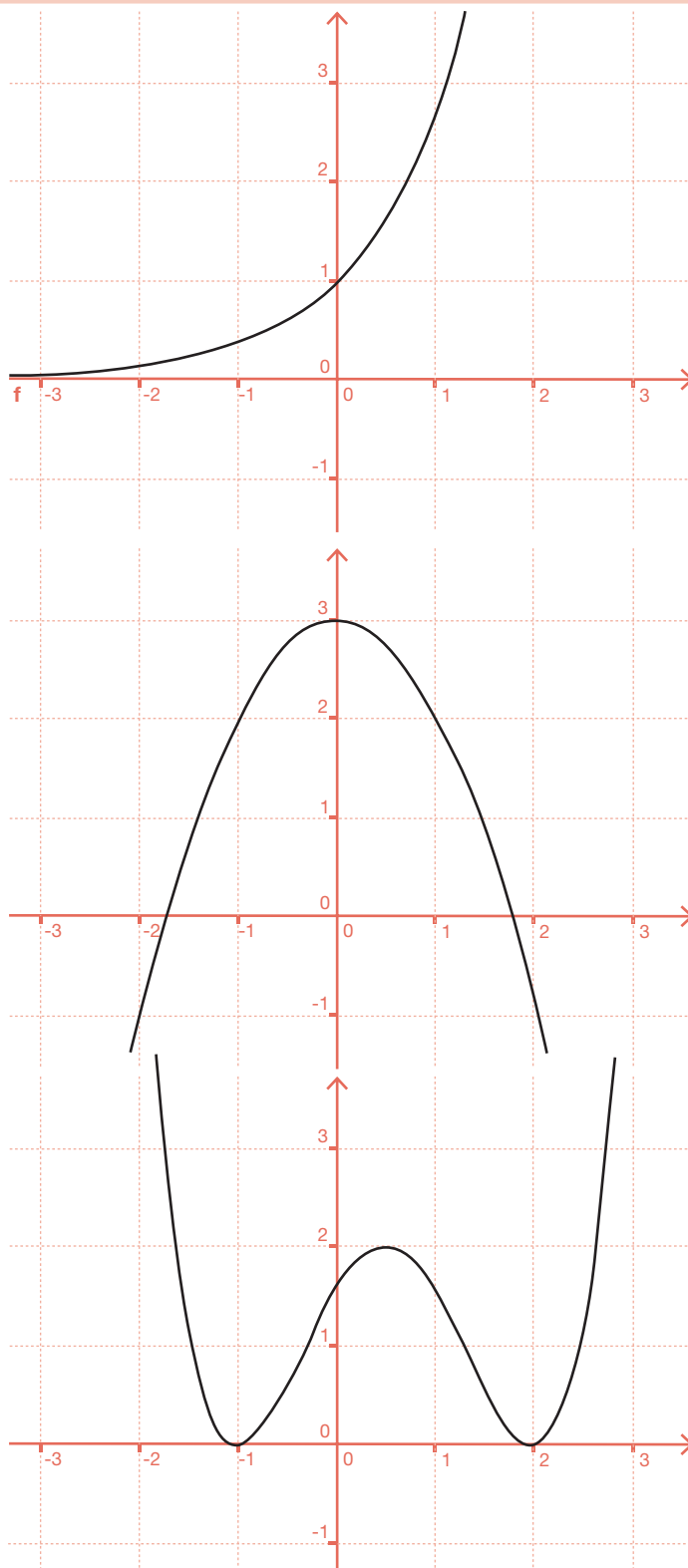


- Que ha recorrido 30 metros.
- Ha estado parada.
- A 50 metros.
- A los 16 minutos.
- A 70 metros.
- Los 70 metros de vuelta a su casa.

69.

En cada caso, dibuja una gráfica de una función que verifique las condiciones que se indican:

- Creciente en todo el eje X, positiva y corta al eje Y en el punto  $(0,1)$ .
- Creciente para los valores negativos, decreciente para los valores positivos y con un máximo en  $(0,3)$ .
- Alcanza un máximo en el punto  $(1/2,2)$  y mínimos en los puntos  $(-1,0)$  y  $(2,0)$ .



## 2.5. Estadística y probabilidad

70.

El Departamento de Lengua de un instituto de secundaria quiere hacer un estudio sobre los resultados de la primera evaluación en Primero de ESO. En el instituto hay 130 alumnos que cursan Primero de ESO y, para hacer el estudio, se han seleccionado, al azar, las notas de 20 alumnos que han resultado ser:

5, 8, 5, 4, 3, 1, 5, 6, 10, 9  
1, 1, 7, 6, 5, 3, 9, 6, 7, 5

a) Indica cuál es la población y cuál la muestra en este estudio.

La población está formada por los 130 alumnos de Primero de ESO y la muestra por los 20 alumnos que se han seleccionado al azar.

b) Organiza los datos en una tabla con las frecuencias absolutas

Notas	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Frecuencias absolutas	3	0	2	1	5	3	2	1	2	1

71.

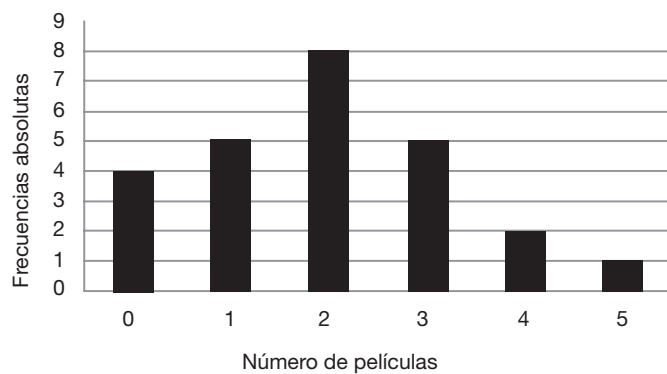
Completa la siguiente tabla estadística:

Datos	Frecuencia absoluta	Frecuencia relativa	Tanto por ciento
1	10	0,25	25%
2	6	0,15	15%
3	12	0,30	30%
4	7	0,175	17,5%
5	5	0,125	12,5%

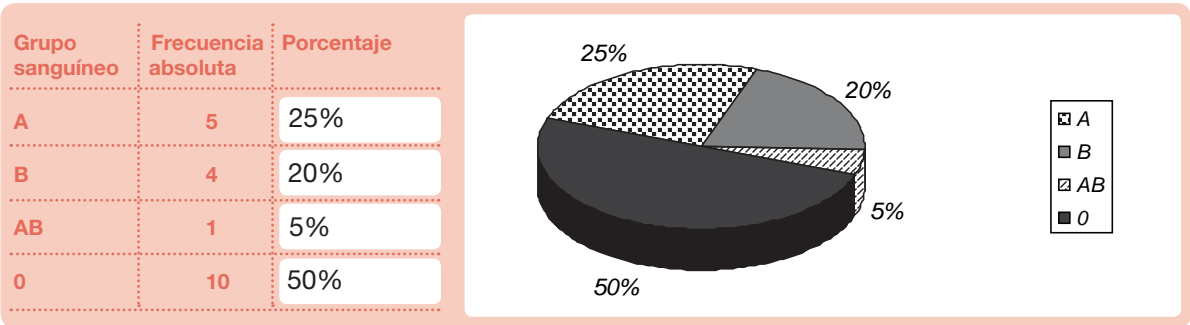
72.

Se ha preguntado a 25 personas por el número de veces que han ido al cine durante el último mes. Las respuestas se han agrupado en la tabla siguiente. Representa en un diagrama de barras o de sectores, según convenga, la información.

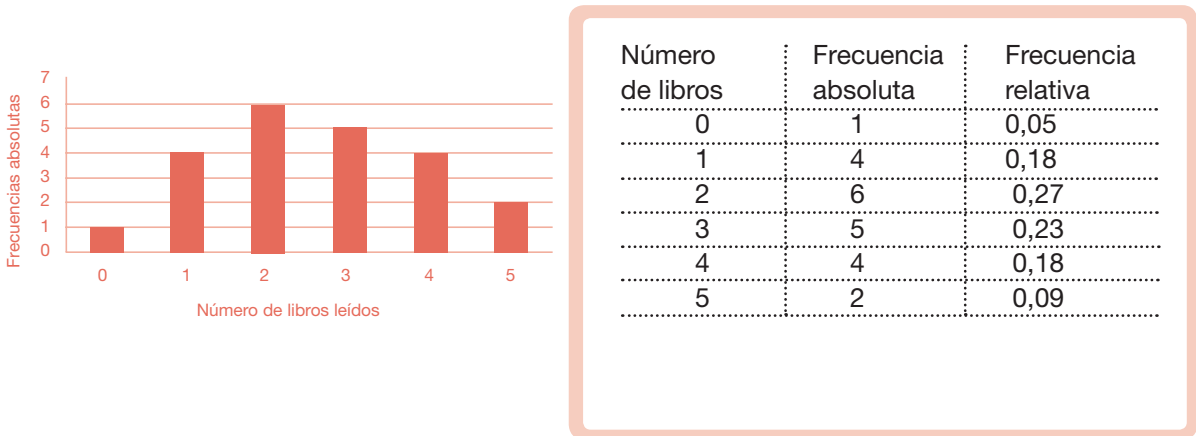
Número de películas	Frecuencia vistas absoluta
0	4
1	5
2	8
3	5
4	2
5	1



**73.** En una clase con 20 alumnos se ha hecho un estudio sobre el grupo sanguíneo de cada uno de ellos. El número de alumnos de cada grupo se ha representado en la tabla siguiente. Calcula el porcentaje de cada grupo y representa los datos en un diagrama de barras o de sectores, según convenga.



**74.** A la vuelta de vacaciones, en un curso de Segundo de ESO, la profesora de Matemáticas ha hecho una encuesta y ha preguntado a cada uno de los alumnos por el número de libros que han leído durante el verano. Al día siguiente, la profesora les ha traído el siguiente diagrama de barras, basado en la encuesta del día anterior. A partir del diagrama, haz una tabla con las frecuencias absolutas y relativas.



**75.** Calcula la media aritmética, la mediana y la moda para cada una de las siguientes tablas de frecuencias:

a)		b)	
Datos	Frecuencia absoluta	Datos	Frecuencia absoluta
1	2	4	4
2	3	5	4
3	4	6	5
4	5	7	6
5	1	8	1

a) Media = 3    Mediana = 3    Moda = 4      b) Media = 5,8    Mediana = 6    Moda = 7

### 3. Tercero de ESO

#### 3.1. Números, medidas y operaciones

##### 3.1.1. Operaciones

1. Reduce las expresiones siguientes a una sola potencia:

a)  $\frac{2^2}{2^{-1}} \cdot \left( \frac{2^3 \cdot (-2)^6}{2^5 \cdot 2^{-2}} \right)^2$

$2^{15}$

b)  $\left( \frac{(-3)^2 \cdot 3^3 \cdot (-3)}{3^3 \cdot 3^{-1}} \right)^2$

$3^8$

c)  $\left( \frac{a^2 \cdot a^{-3}}{a^{-2} \cdot a^3} \right)^{-1} \cdot \left( \frac{a^2 \cdot a^3}{a \cdot a^2} \right)^2$

$a^6$

2. Realiza las siguientes operaciones, expresándolas como potencias de factores primos:

a)  $\frac{6^2 \cdot 12^2 \cdot 27^{-2} \cdot 16^{-3}}{4^{-1} \cdot 3^5 \cdot 12^{-1} \cdot 6^3} \cdot \frac{3^5 \cdot 12^{-4} \cdot 8^3}{4^3 \cdot 24^{-1} \cdot 8^2}$

$\frac{1}{2^{13} \cdot 3^7}$

b)  $\left( \frac{3}{2} \right)^{-2} \cdot \left( \frac{2}{3} \right)^2 \cdot \left( \frac{3}{4} \right)^{-1} \cdot \left( \frac{1}{3} \right)^4 \cdot \left( \frac{-1}{2} \right)^{-4} \cdot \left( \frac{1}{9} \right)^3$

$3^5 \cdot 2^2$

3. Calcula la fracción irreducible de las fracciones siguientes:

a)  $\frac{720}{3.600}$

$\frac{1}{5}$

b)  $\frac{123}{75}$

$\frac{41}{25}$

c)  $\frac{300}{3.600}$

$\frac{1}{12}$

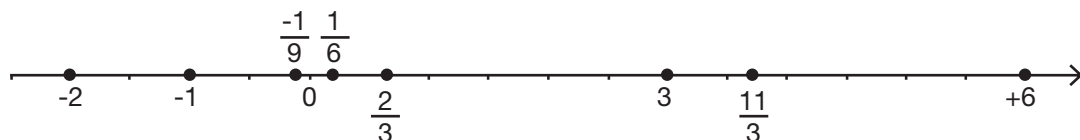
d)  $\frac{555}{333}$

$\frac{5}{3}$

4. Ordena de menor a mayor y representa en una recta los números siguientes:

$\frac{11}{3}, 3, 6, -1, -2, \frac{1}{6}, -\frac{1}{9}, \frac{2}{3}$

$-2 < -1 < -\frac{1}{9} < \frac{1}{6} < \frac{2}{3} < 3 < \frac{11}{3} < 6$



**5.** Halla la fracción generatriz de los números decimales siguientes y clasifícalos en decimales finitos y decimales infinitos periódicos:

a) 0,25    b) 1,75    c) 0,3333...    d) 2,121212...    e) 0,2333...    f) 4,123535...

Decimales finitos: a) y b)  
 Decimales infinitos periódicos puros: c) y d)  
 Decimales infinitos periódicos mixtos: e) y f)

a)  $\frac{25}{100} = \frac{1}{4}$     b)  $\frac{175}{100} = \frac{7}{4}$     c)  $\frac{3}{9} = \frac{1}{3}$     d)  $\frac{212-2}{99} = \frac{70}{33}$     e)  $\frac{23-2}{90} = \frac{7}{30}$     f)  $\frac{41.235-412}{9.900} = \frac{40.823}{9.900}$

**6.** Opera las expresiones dando la fracción irreducible:

a) 
$$\frac{\left(\frac{3}{6} + \frac{1}{3}\right) - \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{6}\right) + \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{2}\right)}{\left(\frac{2}{6} + \frac{2}{6}\right) \cdot 2 - \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{4}\right) \cdot 2}$$

$\frac{1}{2}$

b) 
$$\frac{\left(\frac{3}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{6}\right) \cdot 2 + \frac{1}{4} - \frac{1}{2}}{\frac{3}{2} \cdot \left(\frac{2}{3} + \frac{2}{6}\right) - \frac{3}{2} + \frac{1}{4}} \cdot \frac{3}{5} - \frac{1}{2}$$

$\frac{69}{10}$

**7.** Un grifo llena un recipiente en 10 horas y otro en 8 horas. ¿Qué fracción del recipiente se llenará si los dos grifos están abiertos durante 2 horas?

$\frac{9}{20}$

**8.** Un hombre realiza un trabajo en 4 horas y otro tarda en hacer el mismo trabajo 12 horas. ¿Cuánto tiempo tardarán trabajando los dos juntos?

Tardarán 3 horas.

**9.** Expresa, con todas las cifras, los números escritos en notación científica:

a)  $3,25 \cdot 10^7$     32.500.000

b)  $4,216 \cdot 10^{-5}$     0,00004216

c)  $-3 \cdot 10^{-6}$     -0,000003

d)  $5,432 \cdot 10^8$     543.200.000

e)  $3,215 \cdot 10^{-5}$     0,00003215

f)  $2,7 \cdot 10^{-4}$     0,00027

**10.** Escribe en notación científica:

a) 5.432.000.000

$5,432 \cdot 10^9$

b) -0,0000076

$-7,6 \cdot 10^{-6}$

c) 465.700

$4,657 \cdot 10^5$

d) 0,00000000009

$9 \cdot 10^{-11}$

e) -0,000572

$-5,72 \cdot 10^{-4}$

f) 84.300

$8,43 \cdot 10^4$

**11.** Calcula y expresa el resultado en notación científica:

a)  $(3 \cdot 10^7) \cdot (7 \cdot 10^{19})$

$2,1 \cdot 10^{27}$

b)  $(4 \cdot 10^9)^2$

$1,6 \cdot 10^{19}$

c)  $(9 \cdot 10^{12}) : (2 \cdot 10^{-3})$

$4,5 \cdot 10^{15}$

d)  $(4,5 \cdot 10^{12}) \cdot (8,37 \cdot 10^{-4})$

$3,7665 \cdot 10^9$

e)  $(5 \cdot 10^7) : (2,5 \cdot 10^{-6})$

$2 \cdot 10^{13}$

**12.** Extrae factores de las raíces:

a)  $\sqrt{8 \cdot a^3 \cdot b^2}$

$2 \cdot a \cdot b \sqrt{2 \cdot a}$

b)  $\sqrt[4]{81 \cdot a^5 \cdot b^2}$

$\frac{3 \cdot a}{c \cdot d^2} \sqrt[4]{\frac{a \cdot b^2}{c^3}}$

c)  $\sqrt[3]{\frac{a^7 \cdot b \cdot c^4}{d^5}}$

$\frac{a^2 \cdot c}{d} \sqrt[3]{\frac{a \cdot b \cdot c}{d^2}}$

d)  $\sqrt[3]{\frac{8 \cdot 54}{125}}$

$\frac{6}{5} \sqrt[3]{2}$

**13.** Factoriza los radicandos y calcula las raíces:

a)  $\sqrt{1.296}$

$\sqrt{2^4 \cdot 3^4} = 2^2 \cdot 3^2 = 36$

b)  $\sqrt[3]{21.952}$

$\sqrt[3]{2^6 \cdot 7^3} = 2^2 \cdot 7 = 28$

c)  $\sqrt{\frac{441}{196}}$

$\sqrt{\frac{3^2 \cdot 7^2}{2^2 \cdot 7^2}} = \frac{3}{2}$

d)  $\sqrt[3]{\frac{3.375}{512}}$

$\sqrt[3]{\frac{5^3 \cdot 3^3}{2^9}} = \frac{15}{8}$



**14.** Realiza las siguientes operaciones con raíces, factorizando previamente:

a)  $\sqrt{75}-\sqrt{8}+3\sqrt{12}-2\sqrt{32}$   $11\cdot\sqrt{3}-10\cdot\sqrt{2}$

b)  $\sqrt{18}+\sqrt{20}-2\sqrt{8}+\sqrt{45}$   $5\cdot\sqrt{5}-\sqrt{2}$

c)  $\sqrt{\frac{16}{3}}-2\cdot\sqrt{\frac{4}{3}}+3\cdot\sqrt{\frac{1}{27}}-2\cdot\sqrt{\frac{25}{3}}$   $-9\cdot\sqrt{\frac{1}{3}}$

d)  $\sqrt{\frac{8}{9}}-3\cdot\sqrt{\frac{2}{9}}-2\cdot\sqrt{\frac{2}{16}}+\sqrt{32}$   $\frac{19}{6}\cdot\sqrt{2}$

e)  $\sqrt{3\cdot a^2\cdot b}\cdot\sqrt{2\cdot a\cdot c}\cdot\sqrt{3\cdot a\cdot c^2}$   $\sqrt[6]{3^5\cdot 2\cdot a^9\cdot c^5\cdot b^3}$

f)  $(2+\sqrt{2})\cdot(3-\sqrt{2})$   $4+\sqrt{2}$

**15.** Introduce dentro de la raíz:

a)  $\frac{a\cdot b\cdot c}{d}\sqrt{\frac{c\cdot d}{a}}$

$\sqrt{\frac{a\cdot b^2\cdot c^3}{d}}$

b)  $\sqrt{a\cdot b}\cdot\sqrt{\frac{c}{a\cdot b}}$

$\sqrt[4]{a\cdot b\cdot c}$

c)  $\sqrt[3]{b\cdot c^2}\cdot\sqrt{\frac{a}{c}}$

$\sqrt[6]{b^2\cdot c^3\cdot a}$

**16.** Redondea a las centenas los números siguientes, indicando si son aproximaciones por exceso o por defecto:

a) 23.729

23.700 aprox.  
por defecto

b) 5.873

5.900 aprox.  
por exceso

c) 456

500 aprox.  
por exceso

d) 876.912

876.900 aprox.  
por defecto

**17.** Encuentra una aproximación a las centésimas, por exceso y por defecto, de las siguientes raíces, indicando el margen de error con ayuda de la calculadora, como en el ejemplo.

Número	Aprox. por defecto	Error por defecto	Aprox. por exceso	Error por exceso
$\sqrt{3}=1,73205$	1,73	$E < 0,003$	1,74	$E < 0,008$
$\sqrt{5}=2,23606$	2,23	$E < 0,007$	2,24	$E < 0,004$
$\sqrt{7}=2,64575$	2,64	$E < 0,006$	2,65	$E < 0,005$
$\sqrt{21}=4,58257$	4,58	$E < 0,003$	4,59	$E < 0,008$

- 18.** Calcula longitud de la diagonal de un rectángulo cuyos lados miden 10 cm y 12 cm. Expresa el resultado con una aproximación centesimal.

$$\sqrt{244}=15,62$$

- 19.** Calcula el área de un triángulo equilátero de lado 10 cm. El resultado ¿es un número irracional?

$$25 \cdot \sqrt{3} \text{ cm}^2. \text{ Sí es irracional.}$$

- 20.** La rueda de un coche da 1.570 vueltas por minuto. ¿Cuántas vueltas da en un segundo? Redondea el resultado.

26 vueltas.

### 3.1.2. Proporcionalidad y porcentajes

- 21.** En una granja hay 23 vacas que comen en 50 días 2.990 kg de pienso. ¿Durante cuántos días se pueden alimentar 75 vacas con 6.240 kg?

32 días.

- 22.** Un grifo, que tiene un caudal de 5 litros por minuto, llena una bañera en 30 minutos. ¿Qué caudal debe tener otro grifo que lo llene en 40 minutos?

3,75 litros por minuto.

- 23.** ¿Cómo se pueden repartir 4.620 € entre tres amigos, de forma que al mayor le corresponda la mitad que al menor, y a éste el triple que al mediano?

Al mayor 1260 €, al mediano 840 € y al menor 2.520 €.

- 24.** Por cada tonelada de arena extraída en una mina, se obtienen 750 kg de mineral. ¿Cuántos kilogramos de arena hay que extraer para obtener 27 toneladas de mineral?

36.000 kg.

- 25.** Di si las siguientes parejas de magnitudes son directa o inversamente proporcionales:

a) La velocidad de un coche y el tiempo que tarda en recorrer una distancia.

Inversamente proporcional.

b) El peso de un jamón y su precio.

Directamente proporcional.

c) El caudal de un grifo y el tiempo que tarda en llenar un depósito.

Inversamente proporcional.

d) El tiempo empleado en hacer un trabajo y el número de trabajadores.

Inversamente proporcional.

e) El tiempo que está encendida una bombilla y la energía que gasta.

Directamente proporcional.

- 26.** Un empresario deposita 28.000 € en un banco a un interés compuesto del 2% anual. ¿Cuánto dinero tendrá al cabo de 3 años?

29.713,82 €.

- 27.** El precio inicial de un ordenador portátil era de 480 €. A lo largo del tiempo el precio ha sufrido variaciones: primero subió un 10%, luego subió otro 22% y al final bajó un 30%.

a) ¿Cuál es su precio actual?

$480 \cdot 1,1 \cdot 1,22 \cdot 0,7 = 450,91$  €

b) ¿Cuál es el índice de variación global?

$1,1 \cdot 1,22 \cdot 0,7 = 0,9394$

c) ¿Cuál fue la variación porcentual?

$0,9394 - 1 = -0,0606$ . Ha bajado un 6,06 %

### 3.2. Álgebra

- 28.** Halla los términos  $a_1$ ,  $a_2$  y  $a_{10}$  de las siguientes sucesiones cuyo término general  $a_n$  se da:

a)  $a_n = 2n - 1$

$$a_1 = 1$$

$$a_2 = 3$$

$$a_{10} = 19$$

b)  $a_n = \frac{4n-3}{2}$

$$a_1 = \frac{1}{2}$$

$$a_2 = \frac{5}{2}$$

$$a_{10} = \frac{37}{2}$$

c)  $a_n = n^2 - 3n + 5$

$$a_1 = 3$$

$$a_2 = 3$$

$$a_{10} = 75$$

d)  $a_n = 2^{n-1}$

$$a_1 = 1$$

$$a_2 = 2$$

$$a_{10} = 512$$

e)  $a_n = (-3)^n$

$$a_1 = -3$$

$$a_2 = 9$$

$$a_{10} = +59.049$$

- 29.** Calcula el término general de las siguientes sucesiones:

a) 5, 7, 9, 11, 13,...

$$a_n = 2n + 3$$

b)  $\frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5}, \frac{1}{6}, \dots$

$$a_n = \frac{1}{n+2}$$

c) 1, 0, -1, -2, -3,...

$$a_n = -n + 2$$

d) 1, 4, 9, 16, 25, 36,...

$$a_n = n^2$$

e) 2, 5, 10, 17, 26, 37,...

$$a_n = n^2 + 1$$

f) -1, 2, -3, 4, -5,...

$$a_n = (-1)^n n$$

**30.** Escribe dos términos más en cada una de las sucesiones siguientes y di cuáles son progresiones aritméticas y cuáles son geométricas:

a) 1,6; 2; 2,4; 2,8;...      3,2; 3,6      Progresión aritmética.

b) 1/2; 1/4; 1/8; 1/16;...      1/32; 1/64      Progresión geométrica.

c) 9; 7; 5; 3;...      1; -1      Progresión aritmética.

d) 1/3; 1/6; 1/12; 1/24;...      1/48; 1/96      Progresión geométrica.

e) 80; 8; 0,8; 0,08;...      0,008; 0,0008      Progresión geométrica.

f) 8; 4; 0; -4;...      -8; -12      Progresión aritmética.

**31.** Calcula la diferencia y el término general de las progresiones aritméticas siguientes, de las cuales conocemos algunos términos:

a)  $a_1 = -1$      $a_3 = 3$        $d = 2$      $a_n = 2n - 3$

b)  $a_1 = -2$      $a_5 = -14$        $d = -3$      $a_n = 1 - 3n$

**32.** Halla la suma de todos los números impares menores de 100.

$$S_{50} = \frac{1+99}{2} \cdot 50 = 2.500$$

**33.** Un reloj de pared da campanadas a la hora en punto, a las medias y a los cuartos. A las horas en punto da tantas campanadas como la hora que se cumple; es decir, da 6 campanadas a las seis de la tarde, por ejemplo. A las medias y a los cuartos da una sola campanada como señal. ¿Cuántas campanadas da en un día?

$$S_{12} = \left( \frac{a_1 + a_{12}}{2} \right) \cdot 12 = \frac{4+15}{2} \cdot 12 = 114 \quad \begin{array}{l} \text{campanadas en doce horas} \\ \text{En un día: } 114 \cdot 2 = 228 \text{ campanadas} \end{array}$$

**34.** Calcula el número de pisos de un edificio de oficinas, sabiendo que la primera planta tiene una altura de 4 m, que la azotea está a 37 m del suelo y que la altura de cada piso es de 2,75 m.

13 pisos.

**35.** Una nadadora entrenó todos los días durante tres semanas. El primer día nadó 15 minutos, y cada día nadaba 5 minutos más que el día anterior. ¿Cuánto tiempo nadó el último día? ¿Y a lo largo de las tres semanas?

El día 21 nadó 115 minutos. A lo largo de los 21 días nadó 1365 minutos.

- 36.** Un estudiante trabaja de cartero. Cada día es capaz de repartir 30 cartas más que el día anterior. En el día 20 reparte 2.285 cartas.

a) ¿Cuántas cartas repartió el primer día? ¿Y el día 10?

El primer día 1.715 cartas, y el día décimo 1.985 cartas.

b) ¿En qué día repartió 2.165 cartas?

El día 16.

c) Calcula cuántas cartas repartió hasta el día 15.

28.875 cartas.

- 37.** Conociendo algunos términos de una progresión geométrica, calcula la razón y el término general.

a)  $a_1=4$   $a_5=64$

$$r = 2, \quad a_n = 2^{n+1}$$

b)  $a_1=3$   $a_5=0,0003$

$$r = \frac{1}{10} \quad a_n = 3 \cdot \left(\frac{1}{10}\right)^{n-1}$$

- 38.** El tercer término de una progresión geométrica es 12 y la razón 2. Calcula la suma de los diez primeros términos.

$$S_{10} = 3.069$$

- 39.** Una ciudad tiene 29.524 habitantes. Uno de ellos se entera de una noticia. Al cabo de una hora la ha comunicado a tres de sus vecinos. Cada uno de éstos, la transmite en una hora a otros tres de sus vecinos que desconocen la noticia. Éstos repiten la comunicación en las mismas condiciones. ¿Cuánto tiempo tardarán en enterarse todos los habitantes de la ciudad?

$$S_n = \frac{r \cdot a_n - a_1}{r - 1} = \frac{3 \cdot 3^{n-1} - 1}{3 - 1} = 29.524 \quad n = 10. \text{ En 9 horas}$$

- 40.** Traduce al lenguaje algebraico las siguientes expresiones:

- a) El doble de un número más cinco  
 b) El triple de un número menos su mitad  
 c) El cuadrado de la suma de dos números  
 d) La suma de los cuadrados de dos números  
 e) Un número al cuadrado más su doble  
 f) Un número impar  
 g) La suma de tres números consecutivos

a)  $2x+5$    b)  $3x - \frac{x}{2}$    c)  $(x+y)^2$    d)  $x^2+y^2$    e)  $x^2+2x$    f)  $2x+1$    g)  $x+(x+1)+(x+2)$

**41.** Calcula el valor numérico del polinomio  $p(x)=3x^3-2x^2+1$ , en los casos siguientes:

a)  $x = -2$       b)  $x = \frac{2}{3}$       c)  $x = \sqrt{2}$       d)  $x = -\frac{1}{2}$

a)  $p(-2)=-31$       b)  $p\left(\frac{2}{3}\right)=1$       c)  $p(\sqrt{2})=-3+6\sqrt{2}$       d)  $p\left(-\frac{1}{2}\right)=\frac{1}{8}$

**42.** Si  $p(x)=x^3-x^2-3x+1$ ,  $q(x)=2x^2-2x+1$  y  $r(x)=2x^3-6x^2+6x-1$ , haz las siguientes operaciones:

a) $p(x)+q(x)$	$x^3+x^2-5x+2$
b) $p(x)-q(x)+r(x)$	$3x^3-9x^2+5x-1$
c) $2p(x)-3r(x)$	$-4x^3+16x^2-24x+5$
d) $p(x)\cdot q(x)-r(x)$	$2x^5-4x^4-5x^3+13x^2-11x+2$
e) $q(x)\cdot(2p(x)-r(x))$	$8x^4-32x^3+34x^2-18x+3$

**43.** Factoriza los polinomios siguientes:

a) $x^4-x^3-x^2+x$	$(x-1)^2\cdot(x+1)x$
b) $x^4+x^3-7x^2-x+6$	$(x-2)\cdot(x-1)\cdot(x+1)\cdot(x+3)$
c) $81x^4-16$	$(3x-2)\cdot(3x+2)\cdot(9x^2+4)$
d) $x^2-10x+25$	$(x-5)^2$
e) $25-9x^2$	$(5-3x)\cdot(5+3x)$
f) $3x^3-6x^2+3x$	$3x\cdot(x-1)^2$

**44.** Resuelve las ecuaciones de primer grado :

a) $\frac{3x-1}{2} = \frac{5x-4}{3}$	$x = 5$
b) $7(x+4)-3(x+2)=3(x-1)-(x-7)$	$x = -9$
c) $4x-3 = \frac{2x-5}{3}$	$x = \frac{2}{5}$
d) $\frac{5-x}{3} - \frac{7+x}{2} = 1-5x$	$x = \frac{17}{25}$

45. Resuelve los sistemas de ecuaciones lineales siguientes:

a) 
$$\begin{cases} 2x+y=0 \\ x-2y=6 \end{cases} \quad x = \frac{6}{5} ; y = -\frac{12}{5}$$

b) 
$$\begin{cases} 2x-y=5 \\ 3x+2y=4 \end{cases} \quad x = 2; y = -1$$

c) 
$$\begin{cases} x+y=6 \\ 0,15x+0,4y=1,5 \end{cases} \quad x = 3,6; y = 2,4$$

46. Marusela ha comprado dos discos compactos de música que ayer se vendían al mismo precio, pero hoy uno de ellos está rebajado un 15% y el otro en un 10%. Por ambos paga 21 €. ¿Cuánto costaba ayer cada disco compacto?

Cada disco costaba 12 €.

47. Antonio tiene 15 años y su madre 42. ¿Cuántos años han de transcurrir para que la edad del hijo sea la mitad que la de la madre?

12 años.

48. Dos coches salen simultáneamente del mismo punto y en la misma dirección. A los 20 minutos, el primero le lleva una ventaja de 10 km al segundo. Si el segundo va a 90 km/h, ¿cuál es la velocidad del primero?

120 km/h

49. En un número de dos cifras, las decenas son el triple que las unidades. Si se invierte el orden de las cifras, se obtiene otro número 36 unidades menor. Calcula el número del principio.

62

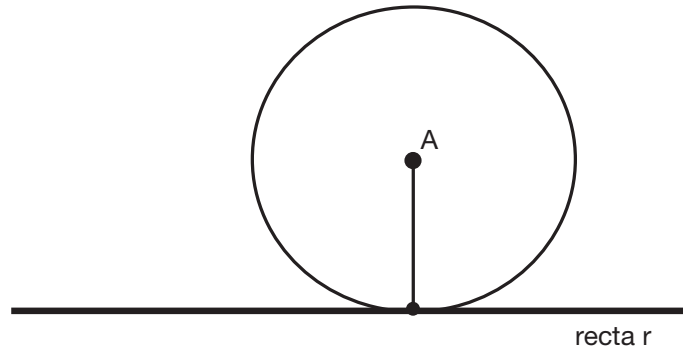
50. Entre las dos diagonales de una cometa suman 100 cm, siendo la menor 20 cm más corta que la mayor. ¿Cuánto mide cada diagonal?

40 cm y 60 cm.

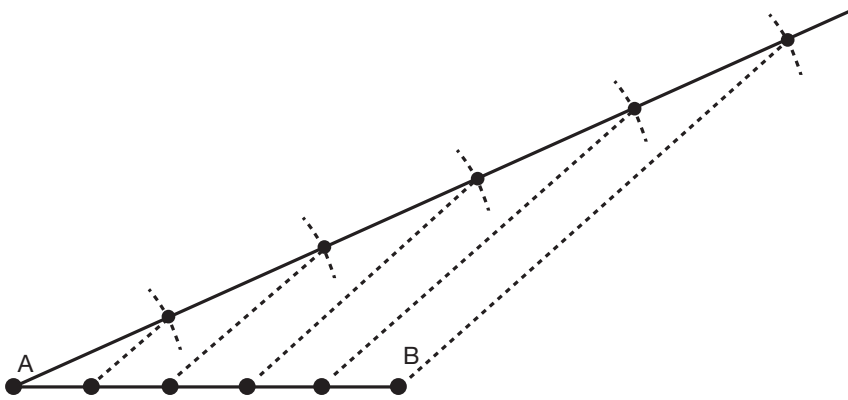
## 3.3. Geometría

- 51.** Dada una recta  $r$  y un punto  $A$  exterior, traza la circunferencia con centro en el punto  $A$ , que es tangente a la recta  $r$ . ¿Qué radio tiene?

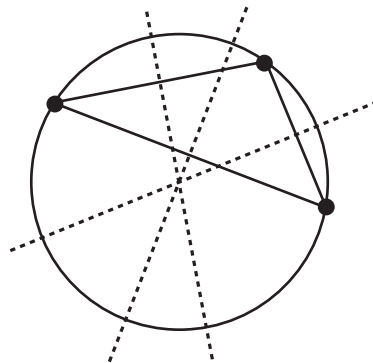
El radio es la distancia del punto a la recta.



- 52.** Divide un segmento  $AB$  en cinco partes iguales sin medir longitudes sobre él.

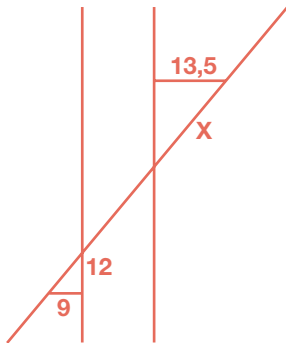


- 53.** Dibuja tres puntos cualesquiera no alineados y la circunferencia que pasa por ellos.





**54.** Calcula el valor de  $x$ . ¿Qué teorema estás utilizando?



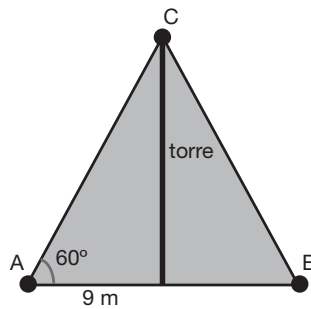
$x = 22,5$   
 Los dos triángulos rectángulos son semejantes. Teorema de Tales y Teorema de Pitágoras.

**55.** Halla los lados y el área de un triángulo rectángulo de hipotenusa 50 cm y perímetro 120 cm.

Lados: 30 cm y 40 cm. Área: 600 cm<sup>2</sup>.

**56.** El extremo superior de una torre se ve desde un punto del suelo bajo un ángulo de 60°. Dicho punto está a 9 m del pie de dicha torre. Dibuja la situación utilizando una escala adecuada y calcula los ángulos y la altura de la torre.

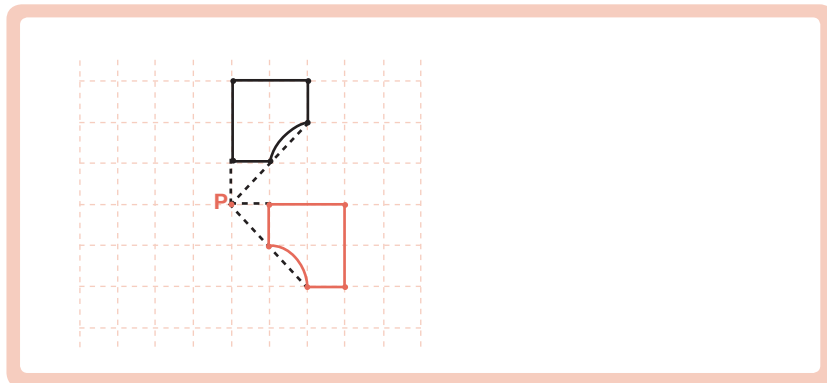
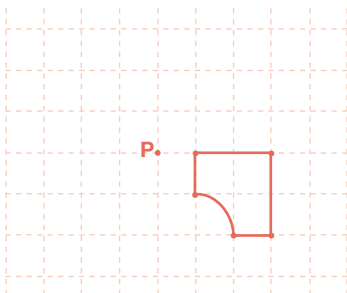
La altura de la torre es 15,59 m.



**57.** Tenemos un rectángulo de lados 6 y 8 cm. Construye uno semejante cuyo área sea el doble.

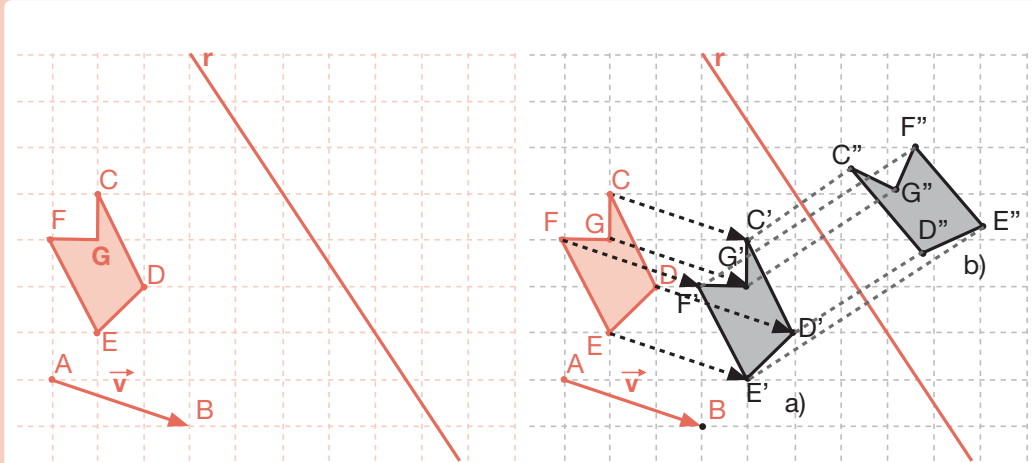
Los lados miden 8,49 y 11,31 cm.

**58.** Gira la siguiente figura, con centro en el punto P y amplitud de giro de 90°.

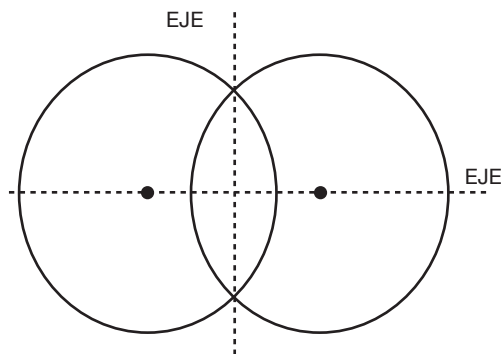


59. Dados el polígono CDEFG, el vector  $\vec{v}$  y la recta  $r$ :

- a) Dibuja la traslación del polígono dado mediante el vector.  
b) Dibuja el simétrico del polígono obtenido en el apartado anterior respecto de  $r$ .



60. Dibuja dos circunferencias secantes de igual radio y busca dos ejes de simetría.



61. Un mapa está dibujado a escala 1:50.000.

- a) ¿Cuál es la distancia real entre dos puntos que en el mapa están a 23 cm?

11,5 km.

- b) Si una región tiene en el dibujo 10,5 dm<sup>2</sup> de área, ¿cuál es su verdadera extensión en km<sup>2</sup>?

262,5 km<sup>2</sup>.

62. Dado un pentágono de lados 2, 3, 5, 6 y 8 cm, halla los lados de uno semejante a él cuyo perímetro sea 60 cm. ¿Cuál es la razón de semejanza?

La razón de semejanza es 2/5. Los lados son 5; 7,5; 12,5; 15 y 20 cm.

**63.** Si tenemos un círculo de cartón de 6 dm. de radio y queremos construir a partir de él un cuadrado:

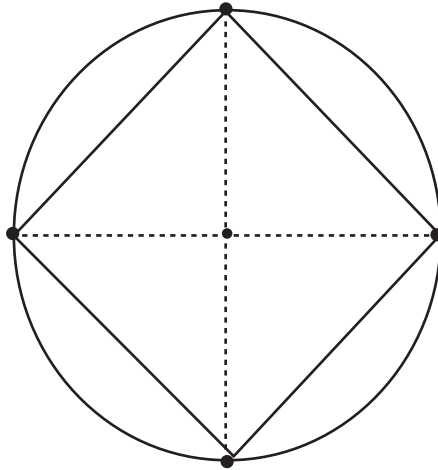
a) ¿De qué tamaño será el mayor cuadrado posible? Dibújalo y explica cómo lo haces.

b) Para dicho cuadrado calcula el perímetro y el área de cada uno de los segmentos circulares que determina sobre el círculo.

Para dibujarlo trazamos dos diámetros perpendiculares entre sí.

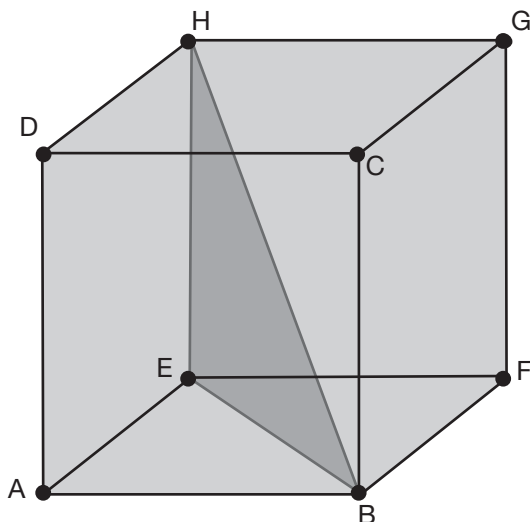
Los puntos en que cortan a la circunferencia son los vértices del cuadrado máximo.

Lado del cuadrado: 8,49 dm  
 Perímetro segmento circular: 17,91 dm  
 Área segmento circular: 10,27 dm<sup>2</sup>



**64.** Dibuja un cubo y sobre él señala:

- a) Dos planos paralelos.
- b) Dos rectas paralelas.
- c) Una recta y un plano paralelos.
- d) Dos planos perpendiculares.
- e) Dos rectas perpendiculares.
- f) Una recta y un plano perpendiculares.
- g) Si la arista mide 2 cm, calcula la diagonal del cubo.



- a) ABCD y EFGH.
- b) DC y HG.
- c) EF y ABCD.
- d) ABCD y ABFE.
- e) AB y BC.
- f) DH y ABCD.
- g) 3,46 cm.

65. Nombra y describe los poliedros regulares indicando cómo son sus caras y cuántas hay en cada vértice.



Nombre	Descripción caras	Número de caras en cada vértice
TETRAEDRO	4 triángulos equiláteros iguales	3
OCTAEDRO	8 triángulos equiláteros iguales	4
ICOSAEDRO	20 triángulos equiláteros iguales	5
HEXAEDRO	6 cuadrados iguales	3
DODECAEDRO	12 pentágonos regulares iguales	3

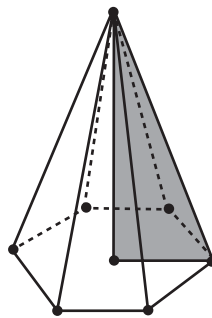
66. a) El área lateral de un prisma regular octogonal recto es  $336 \text{ m}^2$ . Sabiendo que su altura mide  $12 \text{ m}$ , halla su arista de la base.  
b) El área lateral de un cilindro de revolución es  $364 \text{ m}^2$ . Sabiendo que su altura mide  $18 \text{ m}$ , halla el radio de la base.

a)  $3,5 \text{ m}$ .

b)  $3,22 \text{ m}$ .

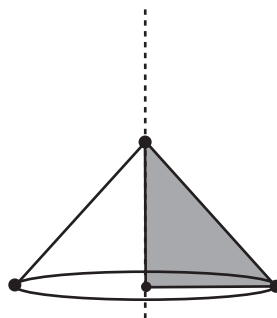
67. Dibuja una pirámide regular hexagonal recta. Sabiendo que la arista de la base mide  $4 \text{ cm}$  y que la arista lateral mide  $8 \text{ cm}$ , calcula sus áreas lateral y total.

Área lateral:  $92,95 \text{ cm}^2$   
Área total:  $134,52 \text{ cm}^2$



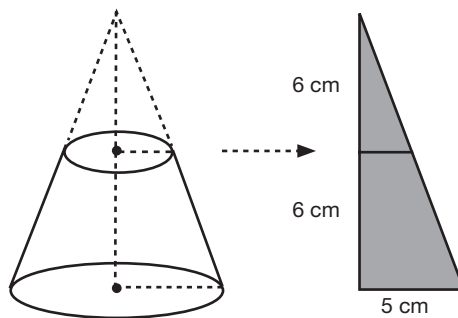
68. Dibuja el cuerpo geométrico engendrado al girar un triángulo rectángulo de catetos  $6 \text{ dm}$  y  $9 \text{ dm}$  alrededor de su cateto mayor. Calcula sus áreas lateral y total.

Área lateral =  $203,89 \text{ dm}^2$   
Área total =  $317 \text{ dm}^2$



**69.** Un cono recto de 12 cm de altura y 5 cm de radio de la base se corta por un plano horizontal de forma que su altura queda dividida por la mitad. Dibuja la figura que queda por debajo del plano y halla su área total y su volumen.

Área total = 251,32 cm<sup>2</sup>  
 Volumen = 274,89 cm<sup>3</sup>



**70.** Calcula el volumen de un cubo cuyo área total es 294 cm<sup>2</sup>.

Volumen = 343 cm<sup>3</sup>

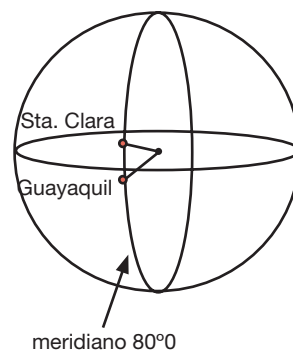
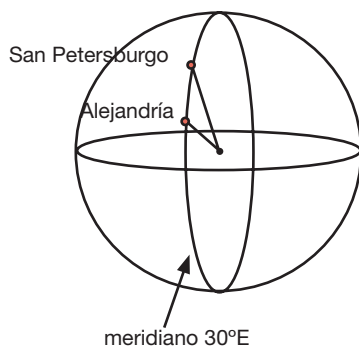
**71.** Un estanque tiene forma de prisma hexagonal regular recto. Su arista básica mide 3 m y su arista lateral mide 4 m. Está lleno de agua y se quiere vaciar mediante un grifo que arroja 100 litros por minuto. ¿Cuánto tiempo tardará en vaciarse?

15 h 35 min 18 s

**72.** a) Las ciudades de San Petersburgo (Rusia) y Alejandría (Egipto) están en el mismo meridiano. Representa su situación en la superficie terrestre. Averigua su latitud y calcula la distancia entre ellas.  
 b) Haz lo mismo para Guayaquil (Ecuador) y Santa Clara (Cuba).  
 c) Calcula el área de la superficie terrestre (supuesta esférica), sabiendo que el radio de la Tierra es 6.378 km.

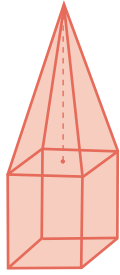
a) Latitud San Petersburgo: 60°N;  
 Latitud Alejandría: 31°N.  
 Distancia = 3228,2 km.

b) Latitud Guayaquil: 2°S; Latitud Santa Clara: 22°N.  
 Distancia = 2671,6 km.



c) 5,11 · 10<sup>8</sup> km<sup>2</sup>

- 73.** Se quiere pintar este obelisco. La parte inferior tiene forma cúbica de arista 3 m y la altura total del obelisco es 7 m. Los pintores cobran a 10 € el  $m^2$ . Calcula lo que hay que pagar por el trabajo.



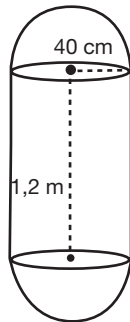
616,30 €

- 74.** Halla las áreas lateral y total de un tronco de pirámide regular que tiene por bases dos cuadrados cuyos lados miden 12 cm y 18 cm, respectivamente, y por altura 4 cm.

Área lateral = 300  $cm^2$  Área total = 768  $cm^2$ 

- 75.** Una caldera tiene forma cilíndrica con una altura de 12 dm y termina en una semiesfera de 40 cm de radio en cada extremo. Dibuja la figura y halla su capacidad.

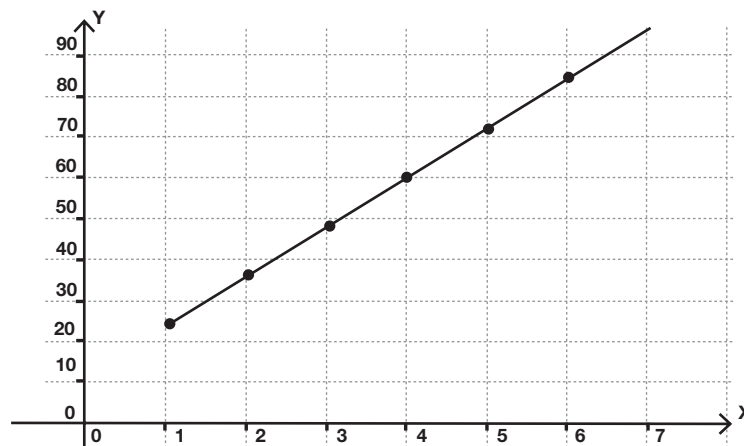
871,27 litros



### 3.4. Funciones y gráficas

- 76.** La siguiente tabla de valores expresa la relación entre el número  $x$  de operarios que trabajan en una cadena de montaje y el número  $y$  de piezas que ensamblan en una hora. Rellena los huecos y representa la tabla gráficamente.

x	y
1	24
2	36
3	48
4	60
5	72
6	84



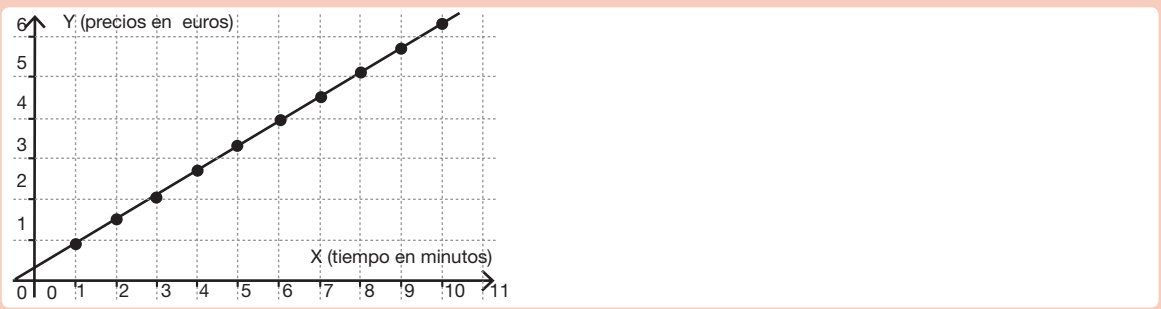
77.

Una compañía de telefonía móvil tiene establecida la siguiente tarifa para llamadas al extranjero:  
 - Por establecimiento de llamada: 0,30 euros.  
 - Por minuto de llamada: 0,60 euros.  
 Supongamos, además, que se factura realmente por el tiempo hablado, es decir, que no facturan minutos completos, sino por los minutos y segundos reales que se haya hablado.

a) Construye una tabla de valores en la que aparezcan los precios de las llamadas de 1 a 10 minutos.

x (tiempo)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
y (precio)	0,90	1,50	2,10	2,70	3,30	3,90	4,50	5,10	5,70	6,30

b) Representa la gráfica en unos ejes cartesianos, indicando qué variable se representa en cada uno de los ejes.



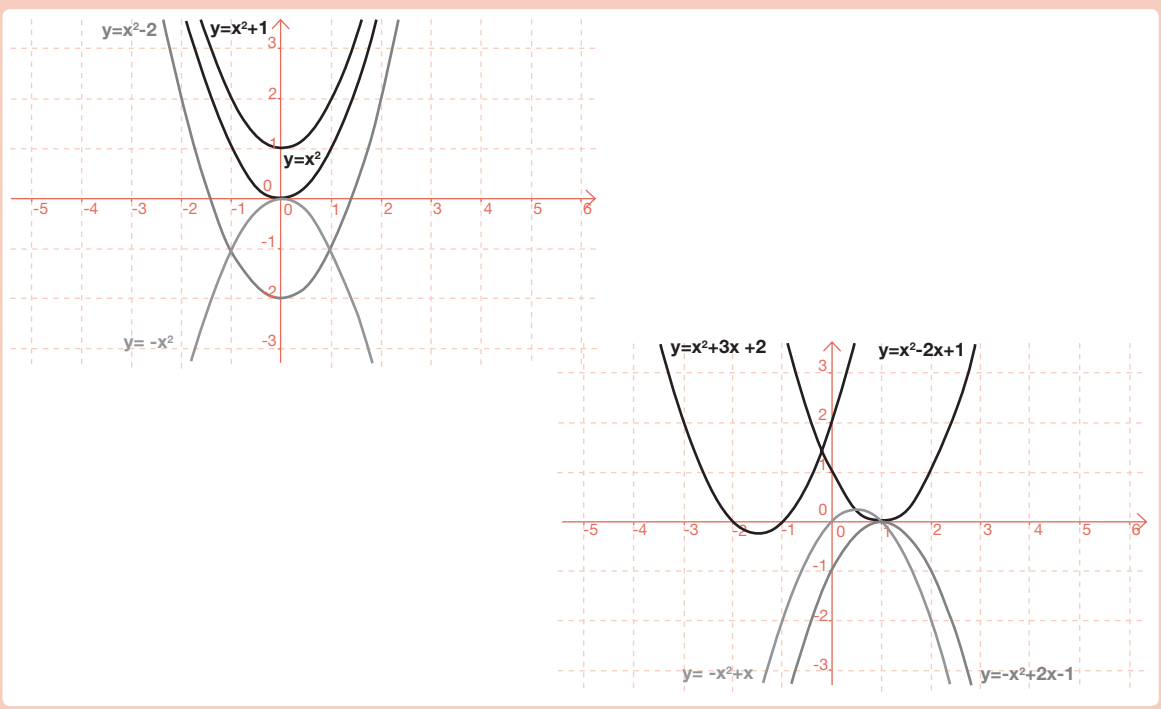
c) Calcula cuánto costará una llamada que ha durado 2 minutos y 15 segundos.

1,65 euros.

78.

Representa gráficamente las funciones siguientes:

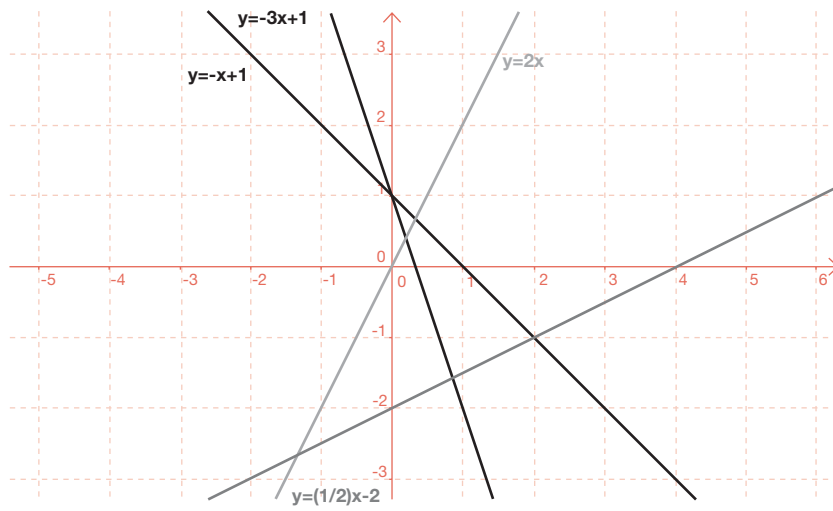
- a)  $y=x^2$
- b)  $y=-x^2$
- c)  $y=x^2+1$
- d)  $x^2-2$
- e)  $y=x^2-2x+1$
- f)  $y=x^2+3x+2$
- g)  $y=-x^2+x$
- h)  $y=-x^2+2x-1$



79.

Representa las gráficas de las siguientes rectas e indica en cada caso el valor de la pendiente:

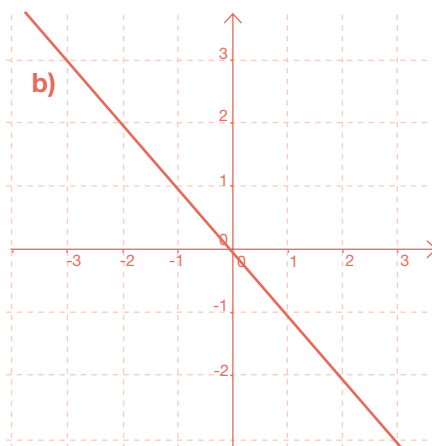
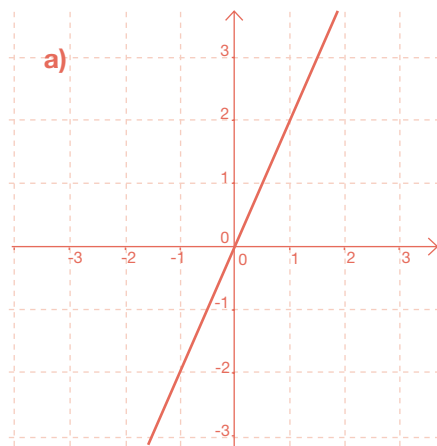
- a)  $y=2x$       b)  $y=-3x+1$       c)  $y=-x+1$       d)  $y=\frac{1}{2}x-2$



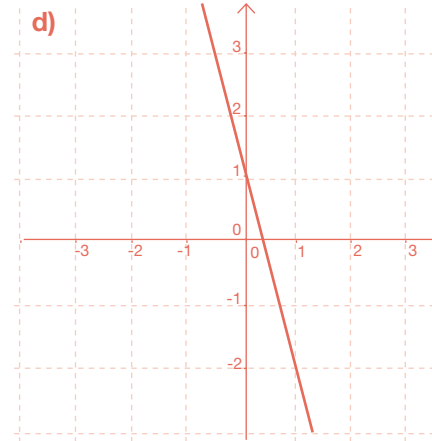
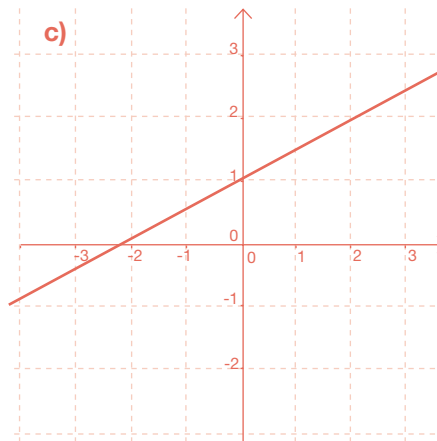
- a)  $m = 2$       b)  $m = -3$       c)  $m = -1$       d)  $m = 1/2$

80.

A partir de las gráficas, calcula la pendiente de cada una de las siguientes rectas:



- a)  $m = 2$   
b)  $m = -1$



- c)  $m = 1/2$   
d)  $m = -3$



81.

Una persona camina 1,5 m cada segundo. Llamemos  $x$  al tiempo en segundos que lleva esa persona caminando e  $y$  a los metros que ha recorrido en el tiempo  $x$ .

a) Haz una tabla con los valores correspondientes a los metros recorridos para los 10 primeros segundos, contando desde 0.

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
y	0	1,5	3	4,5	6	7,5	9	10,5	12	13,5	15

b) Escribe la expresión algebraica que relaciona  $x$  e  $y$ .

$$y = 1,5x$$

82.

A partir de la observación de la gráfica de la función siguiente, indica cuál es su dominio de definición, sus puntos de corte con los ejes, los intervalos de crecimiento y decrecimiento y los puntos en los que alcanza máximos y mínimos:

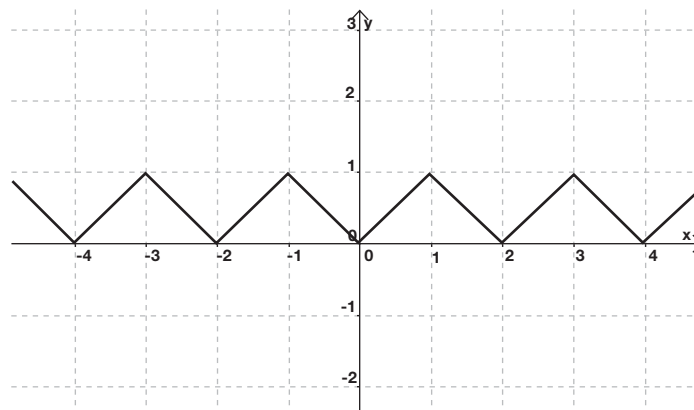


El dominio son todos los números reales; corta al eje X en (0,0) y en (1,0), corta al eje Y en (0,0); crece en los intervalos  $(-\infty, 0)$  y  $(3/4, +\infty)$ ; decrece en el intervalo  $(0, 3/4)$ ; tiene un máximo relativo en (0,0) y un mínimo relativo en el punto  $(3/4, -1/2)$ .

83.

Traza la gráfica de una función que sea creciente en el intervalo (0,1) y decreciente en el intervalo (1,2), y que sea periódica de periodo 2 a lo largo de todo el eje X.

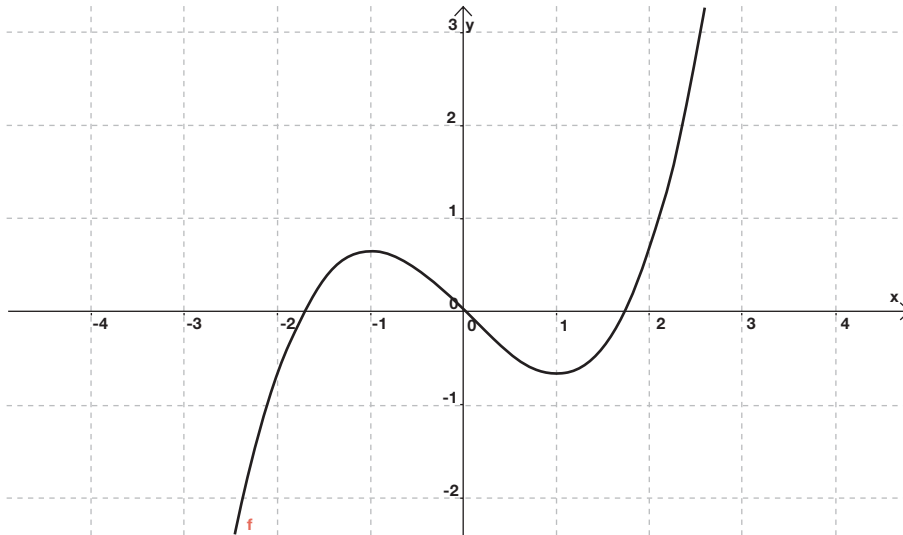
Una posible gráfica es la siguiente:



84.

Traza la gráfica de una función que pase por el origen, que tenga un mínimo en el punto  $(1, -1/2)$  y un máximo en el punto  $(-1, 1/2)$  y que sea simétrica con respecto del origen.

Una posible gráfica es la siguiente:



### 3.5. Estadística y probabilidad

85.

Para cada uno de los casos siguientes, indica de qué tipo de variable estadística se trata, discreta o continua:

a) Altura en cm de un grupo de alumnos de 3º de ESO.

Continua

b) Número de personas que viven en cada vivienda de un bloque de pisos.

Discreta

c) Número de goles que se han marcado en cada partido de fútbol en una jornada de liga.

Discreta

d) Temperatura máxima, en grados centígrados, que se ha dado cada día del mes de junio.

Continua

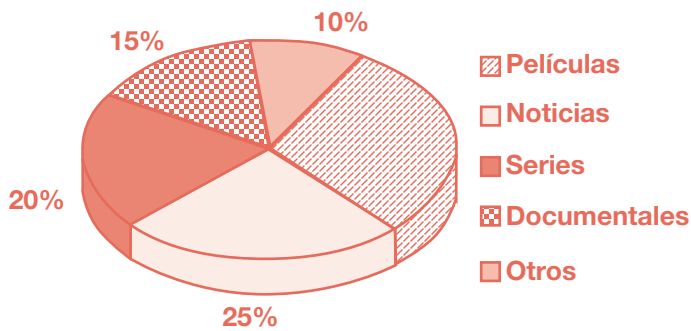
e) Tiempo semanal que dedica a hacer deporte cada alumno de un instituto.

Continua

f) Altura en metros de cada edificio del casco histórico de Madrid.

Continua

**86.** Una empresa de publicidad está haciendo un estudio sobre los programas de televisión más vistos. Elegidas 120 personas al azar, se les ha preguntado sobre el tipo de programas que más les gustan. Los porcentajes de las respuestas se han representado en el siguiente diagrama de sectores:



a) 30%

b) Películas: 36. Noticias: 30.  
Series: 24. Documentales: 18.  
Otros: 12.

- a) En el gráfico no aparece el porcentaje correspondiente a las personas a las que gustan más las películas, ¿cuál es?  
b) A partir de los porcentajes, calcula cuántas personas, de las 120, han respondido por cada uno de los tipos de programas que más les gustan.

**87.** La profesora de Inglés ha hecho un examen en un grupo de 3º de ESO. Además de la nota del examen, ha considerado para calificar a los alumnos, notas de clase, trabajos, etc. La profesora ha anotado los resultados que ha obtenido cada alumno en la tabla siguiente:

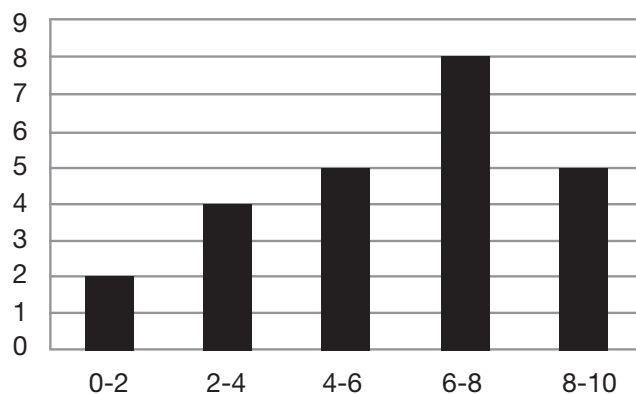
1,5	2	7,5	9,5	10	5	3,7	8
6	2,7	1	4,3	6,3	5,5	8	7
3	6	8	5,4	6	6,2	6,8	4,5

a) Agrupa los datos en cinco intervalos de igual longitud desde 0 hasta 10 y haz una tabla de frecuencias, con las correspondientes marcas de clase. (En cada intervalo, excepto en el último en el que entran los dos, entra el extremo de la izquierda pero no el extremo de la derecha).

Intervalos	Marcas de clase	Frecuencia absoluta
0 - 2	1	2
2 - 4	3	4
4 - 6	5	5
6 - 8	7	8
8 - 10	9	5

b) Calcula la media de los datos agrupados y represéntalos mediante un histograma.

Media=5,83



88. Completa los huecos que faltan en la tabla siguiente:

Datos	Frecuencia absoluta	Frecuencia relativa	Tanto por ciento
1	4	0,1	10%
2	6	0,15	15%
3	11	0,275	27,5%
4	11	0,275	27,5%
5	6	0,15	15%
6	2	0,05	5%

89. Para cada una de las tablas de frecuencias siguientes, calcula la media, la mediana, la moda y los cuartiles:

a) Datos	Frecuencia absoluta	b) Datos	Frecuencia absoluta
0	3	10	8
1	4	11	10
2	10	12	11
3	8	13	11
4	7	14	7

- a) Media=2,375. Mediana=2. Moda=2. Primer Cuartil=2. Segundo Cuartil=3.  
 b) Media=11,98. Mediana=12. Modas=12 y 13. Primer Cuartil=11. Segundo Cuartil=13.

90. Un experimento determinista es aquel cuyo resultado se puede predecir de antemano, siempre que se reproduzca en las mismas condiciones, y un experimento aleatorio es aquel cuyo resultado depende del azar. En los siguientes experimentos, indica cuál es determinista y cuál es aleatorio:

a) Lanzamos una moneda y anotamos si sale cara o cruz.

Aleatorio

b) Dejamos caer una pelota desde 2 metros de altura.

Determinista

c) Lanzamos un dado con seis caras numeradas del 1 al 6.

Aleatorio

d) Lanzamos un dado con seis caras iguales y todas ellas con un 2.

Determinista

**91.** Describe el espacio muestral de cada uno de los siguientes experimentos aleatorios:

a) Lanzamos una moneda.

$$E = \{\text{cara, cruz}\}$$

b) Lanzamos un dado de seis caras numeradas del 1 al 6.

$$E = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

c) En una bolsa que contiene 3 bolas, una roja una azul y otra verde, sacamos una de las tres al azar.

$$E = \{\text{roja, azul, verde}\}$$

d) Tiramos una moneda reiteradamente hasta que salga cara por primera vez.

$$E = \{1, 2, 3, 4, \dots\} \text{ (Cada número indica el número de veces hasta que sale la primera cara).}$$

**92.** Tiramos una moneda y un dado. ¿Qué es más probable sacar cara con la moneda o sacar un número par en el dado?

Los dos sucesos tienen la misma probabilidad.

**93.** Tiramos dos dados, numerados del 1 al 6, y sumamos la puntuación. ¿Qué es más probable, obtener suma 2 u obtener suma 3?

Obtener suma 3.

**94.** En un instituto hay matriculados en total 600 estudiantes que están distribuidos por los diferentes cursos según la tabla siguiente:

1° ESO	2° ESO	3° ESO	4° ESO	1° Bachillerato	2° Bachillerato
150	145	120	100	45	40

Elegimos a un estudiante al azar, calcula la probabilidad de que resulte ser:

a) De 1° de ESO.  $P(1^\circ \text{ ESO}) = 1/4$

b) De 3° de ESO.  $P(3^\circ \text{ ESO}) = 1/5$

c) De 2° de Bachillerato.  $P(2^\circ \text{ Bachillerato}) = 1/15$

d) De ESO.  $P(\text{ESO}) = 103/120$

e) De Bachillerato.  $P(\text{Bachillerato}) = 17/120$

**95.** Un dado tiene seis caras, de las cuales, una está etiquetada con la letra A, dos tienen la letra B y tres de ellas tienen la letra C. Tiramos el dado.

a) Describe el espacio muestral. ¿Son todos los sucesos del espacio muestral equiprobables?

$E = \{A, B, C\}$ . No todos tienen la misma probabilidad.

b) Calcula la probabilidad de que se dé cada uno de los sucesos que componen el espacio muestral.

$$P(A) = 1/6; P(B) = 1/3; P(C) = 1/2.$$